

Условие

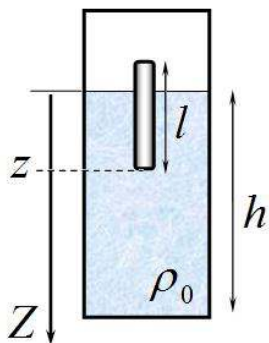
Задача 9-1. Переменная плотность

Во всех пунктах задачи под давлением в жидкости подразумевается только гидростатическое давление, обусловленное весом жидкости. Атмосферное давление увеличивает давление во всех точках на одну и ту же величину (закон Паскаля), поэтому при описании равновесия тел его можно не учитывать. Иными словами, давление у свободной поверхности жидкости следует считать равным нулю. Ускорение свободного падения известно и равно g .

Часть 1. Обычная жидкость

Жидкость плотности ρ_0 налита в высокий вертикальный сосуд. Высота столба жидкости в сосуде равна h . Введем ось координат Z , направленную вертикально вниз, начало отсчета находится на поверхности жидкости.

1.1 Запишите формулу, описывающую зависимость давления внутри жидкости от глубины z : $P(z)$. Постройте схематический график полученной зависимости.



В сосуд опускают закрытую с обоих концов трубку длиной $l = \frac{h}{2}$. Массу трубки m можно изменять (например, добавляя внутрь нее песок), кроме того, считайте, что большая часть массы трубки сосредоточена в ее нижней части, поэтому трубка в жидкости всегда располагается вертикально. Площадь поперечного сечения трубки равна S .

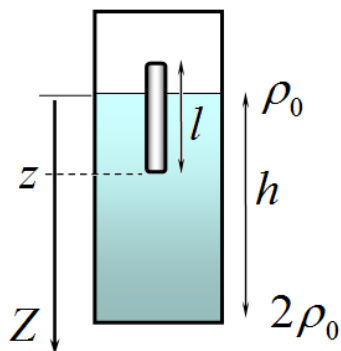
1.2 Найдите зависимость глубины погружения нижнего торца трубки от ее массы $z(m)$, постройте график этой зависимости, укажите значения параметров характерных точек вашего графика.

Часть 2. Необычная жидкость.

В вертикальный сосуд налита жидкость, плотность которой меняется по линейному закону от ρ_0 у поверхности жидкости (которая находится на высоте h) до $2\rho_0$ у дна¹.

2.1 Запишите формулу зависимости плотности жидкости от глубины $\rho(z)$. Постройте схематический график этой зависимости.

2.2 Найдите зависимость гидростатического давления внутри жидкости от глубины $P(z)$. Постройте схематический график этой зависимости.



В сосуд опускают трубку, описанную в Части 1 данной задачи.

2.3 Определите массу трубки m_0 , при которой она полностью погрузится в жидкость, т.е. ее верхний край будет касаться поверхности жидкости.

2.4 В данной части вам необходимо описать зависимость глубины погружения нижнего края трубки от ее массы. Эту зависимость удобно представить в относительных единицах: найти зависимость величины $y = \frac{z}{h}$ от отношения массы трубки к m_0 : $n = \frac{m}{m_0}$

Для построения требуемой зависимости выполните следующее.

2.4.1 Найдите зависимость глубины погружения y от величины n при условии, что верхний конец трубки находится над водой.

2.4.2 Укажите, при каком значении n_1 трубка полностью погрузится в воду.

2.4.3 Найдите зависимость глубины погружения y от величины n при условии, что верхний конец трубки находится под водой.

2.4.4 Найдите, при каком значении n_2 центр трубки будет находится на середине слоя жидкости.

2.4.5 Найдите при каком значении n_3 нижний конец трубки достигнет дна сосуда.

¹ Плотность жидкости может изменяться из-за наличия растворенных веществ. Но это к решению задачи не относится.