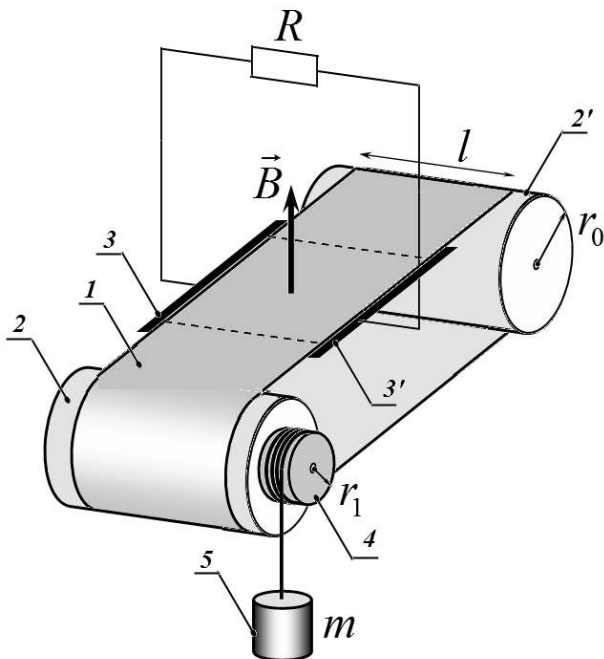


Условие

Задача 11-3. Электрогенератор и электродвигатель

Часть 1. Генератор

На рисунке показана конструкция генератора электрического тока. Замкнутая проводящая лента 1 ширины l натянута на два горизонтальных цилиндра 2 и 2', которые могут вращаться вокруг горизонтальных осей (трениям в осях можно пренебречь). Радиусы цилиндров равны r_0 . Трение ленты о цилиндры таково, что при ее движении, она не проскальзывает по поверхности цилиндров. Трение в осях цилиндров пренебрежимо мало. В верхней части лента скользит между двумя электрическими контактами 3 и 3'. Между контактами с помощью постоянных магнитов (на рисунке не показаны) создано однородное магнитное поле, индукция которого равна $\vec{B}$, направленное перпендикулярно плоскости ленты. К контактам подключена цепь нагрузки, электрическое сопротивление которой равно R . Электрическим сопротивлением ленты, скользящих контактов и соединительных проводов можно пренебречь. Также можно пренебречь индуктивностью данной установки.



К одному из цилиндров жестко присоединен вал 4 радиуса r_1 . На вал намотана крепкая нить, к концу которой прикреплен груз 5 массы m . При опускании груза лента приходит в движение, а в цепи нагрузки возникает электрический ток. Ускорение свободного падения равно g .

Вам необходимо рассчитать характеристики описанного электрического генератора. Все итоговые формулы должны быть выражены через параметры, которые заданы в условии задачи (m, R, B, r_0, r_1, g).

1.1 Покажите, что в данном устройстве реализуется стационарный (установившейся) режим, когда скорости движения груза и ленты, а также сила тока в цепи нагрузки остаются постоянными.

1.2 Рассчитайте следующие характеристики описанного генератора в стационарном режиме:

1.2.1 скорости движения ленты v_0 и груза v ;

1.2.2 ЭДС генератора ε и силу тока I через нагрузку;

1.2.3 мощность тока P , выделяющуюся в нагрузке;

1.2.4 КПД генератора η (самостоятельно укажите, что Вы понимаете под КПД генератора).

Часть 2. Электродвигатель

Электрические генераторы и двигатели обратимы. Так описанное устройство может работать как электродвигатель. Для этого вместо нагрузки R к скользящим контактам следует подсоединить источник постоянного тока. В вашем распоряжении имеется такой источник, ЭДС которого равно ε_0 , а внутреннее сопротивление R .

2.1 Укажите полярность подключения источника, при которой груз может подниматься.

2.2 Покажите, что данный электродвигатель также может работать в стационарном режиме.

2.3 Рассчитайте следующие характеристики электродвигателя в стационарном режиме:

2.3.1 минимальное значение ЭДС источника $\varepsilon_{0\min}$, при которой груз начнет подниматься (далее считайте, что $\varepsilon_0 > \varepsilon_{0\min}$);

2.3.2 силу тока I через источник;

2.3.3 скорость подъема груза v ;

2.3.4 механическую мощность P , развиваемую двигателем;

2.3.5 КПД двигателя η (укажите, что такое КПД в этом случае);

20

Решение

Задача 11-3. Электрогенератор и электродвигатель

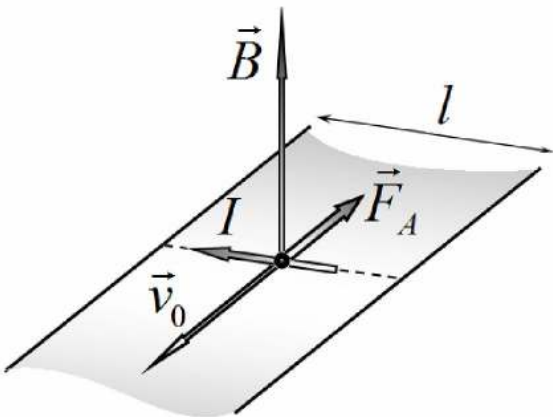
Часть 1. Генератор

1.1 Пусть в некоторый момент времени скорость ленты равна v_0 . Тогда со стороны магнитного поля на заряженные частицы (носители тока) в проводящей ленте действует сила Лоренца, модуль которой равен

$$F_{\text{л}} = qv_0B \quad (1)$$

Эта сила приводит к возникновению электрического тока, который в соответствии с «правилом левой руки» направлен перпендикулярно ленте, как показано на рисунке. Сила Лоренца в данном случае выступает в роли сторонней силы, ЭДС которой равна

$$\mathcal{E} = \frac{F_{\text{л}}l}{q} = v_0Bl. \quad (2)$$



Сила возникающего тока по закону Ома равна

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{v_0Bl}{R}. \quad (3)$$

Этот взаимодействует с магнитным полем, что приводит к появлению силы Ампера $\vec{F}_A$, которая направлена в сторону, противоположную скорости движения ленты (опять «правило левой руки»). Модуль этой силы равен

$$F_A = IBl = \frac{B^2 l^2}{R} v_0. \quad (4)$$

Таким образом, в процессе движения ленты возникает сила, направленная противоположная ее скорости и пропорциональная ей. Эта сила подобна силе вязкого трения (ее часто называют «магнитной вязкостью»). Поэтому на ленту действует постоянная сила, обусловленная силой тяжести подвешенного груза, и сила вязкого трения. В результате действия этих сил скорость ленты стабилизируется и достигает некоторого постоянного значения.

1.2.1 Для определения скорости установившегося движения рассмотрим силы, действующие на цилиндр с валом. Это найденная сила Ампера и сила натяжения нити. Когда лента и груз движутся с постоянными скоростями, сила натяжения нити равна силе тяжести mg , действующей на груз. Так как цилиндр вращается с постоянной скоростью, то суммарный момент сил, действующих на него равен нулю, поэтому справедливо соотношение

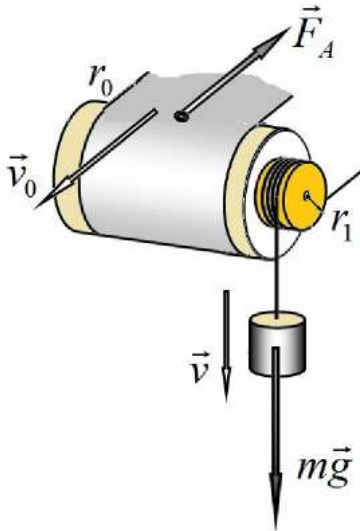
$$mgr_1 = F_A r_0 \quad (5)$$

Используя формулу (4) для силы Ампера, получим выражение

$$mgr_1 = \frac{B^2 l^2}{R} v_0 r_0. \quad (4)$$

Из которого находим скорость движения ленты

$$v_0 = \frac{mgR r_1}{B^2 l^2 r_0}. \quad (5)$$



XI класс. Теоретический тур. Вариант 2.

Скорость опускания груза найдем из очевидного соотношения

$$\frac{v_0}{r_0} = \frac{v}{r_1} \Rightarrow v = \frac{r_1}{r_0} v_0 = \frac{mgR}{B^2 l^2} \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2. \quad (5)$$

1.2.2 Для расчета ЭДС воспользуемся формулой (2) и найденным значением скорости движения ленты (5):

$$\varepsilon = v_0 B l = \frac{mg R r_1}{B l r_0}. \quad (6)$$

Сила тока рассчитывается по закону Ома (3):

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{mg r_1}{B l r_0}. \quad (7)$$

Интересно отметить, что сила тока в цепи нагрузки не зависит от ее сопротивления и пропорциональна массе подвешенного груза.

1.2.3 Мощность тока в нагрузке рассчитывается по закону Джоуля – Ленца:

$$P = I^2 R = \left(\frac{mg r_1}{B l r_0} \right)^2 R. \quad (8)$$

1.2.4 Данный генератор преобразует потенциальную энергию опускающегося груза в теплоту, выделяющуюся на резисторе. Поэтому КПД установки можно определить как отношение мощности, выделяющейся на нагрузке, к мощности силы тяжести $P_0 = mgv$:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\left(\frac{mg r_1}{B l r_0} \right)^2 R}{mg \cdot \frac{mg R}{B^2 l^2} \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2} = 1 = 100\%. \quad (9)$$

Комментарий к решению Часть 1.

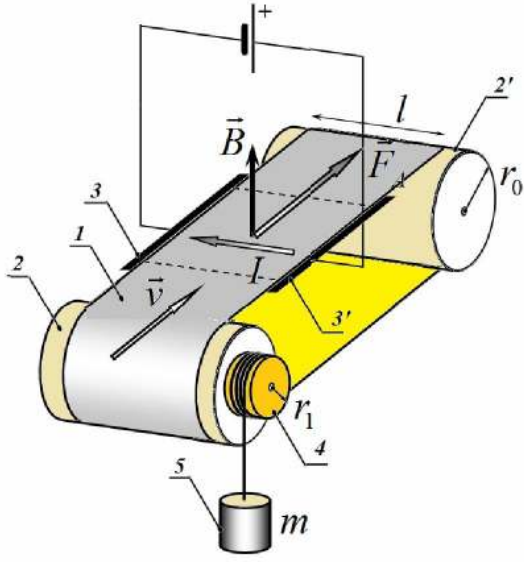
Могут вызывать недоумение полученные зависимости: ЭДС, сила тока, мощность генератора возрастают при уменьшении индукции магнитного поля!? А что будет, если «убрать» магнитное поле $B = 0$? Однако в решении рассматривается установившийся режим. В этом режиме при $B \rightarrow 0$ (в рамках сделанных предположений) скорости установившегося движения стремятся к бесконечности, иными словами рассматриваемый стационарный режим не возникает.

XI класс. Теоретический тур. Вариант 2.

Часть 2. Электродвигатель.

Электродвигатель и электрогенератор «взаимно обратные» машины, поэтому расчет характеристик двигателя проведем без излишних (повторяющихся) комментариев.

2.1 В данном случае сила Ампера является «движущей» в механическом смысле. Используя правило левой руки не сложно определить направление тока через ленту и полярность подключения источника. Результат – показан на рисунке.



2.2 Теперь запишем уравнения, описывающие работу двигателя.
Сила Ампера, тянущая ленту:

$$F_A = IBl. \quad (10)$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}_\Sigma}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 - v_0 Bl}{R}. \quad (11)$$

Условие равенства моментов сил на валу:

$$mgr_1 = F_A r_0. \quad (12)$$

Уравнение для определения скорости движения ленты (просто подстановки):

$$\frac{\mathcal{E}_0 - v_0 Bl}{R} Bl r_0 = mgr_1. \quad (13)$$

Формула для установившейся скорости (решение уравнения (13)):

$$v_0 = \frac{\left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0} \right)}{Bl} \quad (14)$$

Скорость подъема груза:

$$\frac{v_0}{r_0} = \frac{v}{r_1} \Rightarrow v = \frac{r_1}{r_0} v_0 = \frac{\left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0} \right) r_1}{Bl r_0} \quad (15)$$

Таким образом, мы показали, что существует стационарный режим.

2.3 Рассчитаем требуемые характеристики двигателя.

2.3.1 Минимальное значение ЭДС источника $\mathcal{E}_{0\min}$, при которой груз начнет подниматься, находим из условия, что скорость подъема груза становится больше нуля:

$$\mathcal{E}_{0\min} = \frac{mgRr_1}{Blr_0}. \quad (16)$$

XI класс. Теоретический тур. Вариант 2.

2.3.2 Сила тока I через источник определяем с помощью формул (11) и (14):

$$I = \frac{\mathcal{E}_\Sigma}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 - v_0 Bl}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 - \left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{R} = \frac{mgr_1}{Blr_0} \quad (17)$$

Сравните с формулой (6)!

2.3.3 Скорость подъема груза определена ранее – формула (15).

2.3.4 Механическая мощность P , развиваемая двигателем:

$$P = mgv = mg \frac{\left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl} \frac{r_1}{r_0} = \frac{mg}{Bl} \left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right) \frac{r_1}{r_0}. \quad (18)$$

2.3.5 КПД двигателя определяется как отношение механической мощности, развиваемой двигателем, к мощности источника тока $P_0 = \mathcal{E}I$:

$$\eta = \frac{mgv}{\mathcal{E}_0 I} = \frac{mg \frac{\left(\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}\right)}{Bl} \frac{r_1}{r_0}}{\mathcal{E}_0 \frac{mgr_1}{Blr_0}} = \frac{\mathcal{E}_0 - \frac{mgRr_1}{Blr_0}}{\mathcal{E}_0} = \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_{0\min}}{\mathcal{E}_0} = 1 - \frac{\mathcal{E}_{0\min}}{\mathcal{E}_0}. \quad (19)$$

КПД оказался меньше 1, так как имеются потери, связанные с выделением теплоты на источнике, обладающим внутренним сопротивлением R . При $R = 0$ КПД достигает единицы.

XI класс. Теоретический тур. Вариант 2.