

## Условие

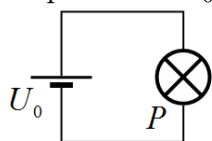
### Задача 9.2. Почему линии электропередач высоковольтные?

#### Часть 1. Элементарное введение.

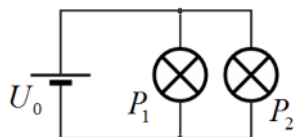
Мощность любого электроприбора зависит от подаваемого напряжения. Поэтому каждый такой прибор рассчитывается на определенное напряжение  $U_0$ , при котором работа прибора является оптимальной. Такое напряжение называется **номинальным**, а развиваемая при этом напряжении мощность называется **номинальной мощностью**. Именно эти характеристики указываются в паспорте прибора.

**В данной задаче используются следующие приближения:** - напряжение источника постоянно и не зависит от сопротивления подключенной к нему цепи; - сопротивления проводов и электрических приборов (нагрузки) постоянны и не зависят от силы протекающих токов;

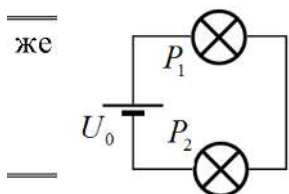
1.1 Номинальная мощность электрической лампочки равна  $P = 100$  Вт, при номинальном напряжении  $U_0 = 220$  В. Чему равно электрическое сопротивление этой лампочки?



1.2 Две лампочки с номинальными мощностями (при номинальном напряжении  $U_0 = 220$  В)  $P_1 = 100$  Вт и  $P_2 = 60$  Вт соединены параллельно и подключены к источнику напряжения  $U_0 = 220$  В. Чему равна суммарная мощность такой цепи?

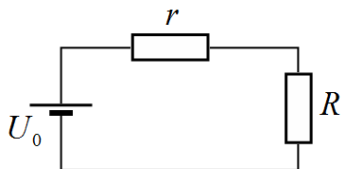


1.3 Эти же лампочки соединили последовательно и подключили к тому же источнику. Чему равна суммарная мощность в этой цепи?



#### Часть 2. Линия электропередачи.

При передаче электроэнергии заметная ее часть теряется в проводах. Рассмотрим простейшую схему линии передач, состоящую из источника постоянного напряжения  $U_0$ , проводной линии передачи (ее общее сопротивление равно  $r$ ) и полезной нагрузки сопротивлением  $R$ .

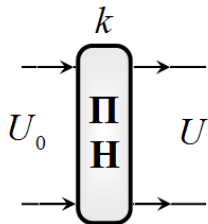


2.1 Найдите электрическое напряжение на полезной нагрузке. 2.2 Рассчитайте коэффициент потерь линии электропередачи (отношение мощности, которая теряется в проводах к мощности, развиваемой источником). 2.3 Пусть электроэнергия передается от источника напряжения  $U_0 = 220$  В на расстояние 5,0 км по медным проводам с диаметром поперечного

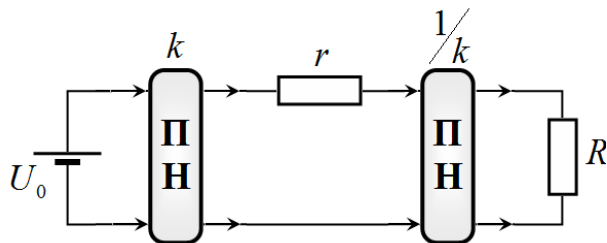
сечения  $d = 1,0$  мм. Номинальная мощность нагрузки потребителя  $P_{\text{ном}} = 1,0$  кВт. Рассчитайте реальную мощность, получаемую потребителем, и коэффициент потерь в этой цепи. Удельное электрическое сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м

### Часть 3. Линия с преобразованием напряжения.

Для уменьшения потерь электроэнергии увеличивают напряжение в подводящих проводах. В настоящее время вся электроэнергетика построена на основе переменного тока, основное достоинство которого и заключается в возможности достаточно просто преобразовывать напряжение с помощью трансформаторов. Изучение трансформаторов не входит в наши планы, поэтому мы воспользуемся простой моделью. Будем считать, что в нашем распоряжении имеется ПН (преобразователь напряжения) – устройство, преобразующее напряжение  $U_0$  на входе в напряжение  $U = kU_0$  на выходе без потери мощности тока. Коэффициент  $k$  называется коэффициентом трансформации.



Тогда схема линии электропередач включает следующие элементы: Электрический ток, создаваемый источником напряжения  $U_0$  (по-прежнему, считаем его идеальным, т.е. напряжение на источнике не зависит от сопротивления внешней среды) подается на повышающий преобразователь напряжения с коэффициентом трансформации  $k$ ; это повышенное напряжение подается на линию передачи (сопротивление которой равно  $r$ );



после линии передачи устанавливается понижающий преобразователь напряжения с коэффициентом трансформации  $\frac{1}{k}$  (подавать высокое напряжение непосредственно потребителю нельзя по причинам безопасности); после этого ток при пониженном напряжении поступает потребителю (сопротивление нагрузки которого обозначаем  $R$ ).

3.1 Найдите напряжение на нагрузке и силу тока через него в такой схеме линии электропередачи. 3.2 Какую замену в параметрах цепи можно провести, чтобы воспользоваться формулами, полученными в Части 2? 3.3 Рассчитайте коэффициент потерь в этой линии электропередачи. 3.4 Рассчитайте значение коэффициента потерь в цепи с преобразованием напряжения (при  $k = 1000$ ) и значениями сопротивлений линии и нагрузки, рассчитанными в п. 2.3.

### Решение

**Задача 9.2.** Почему линии электропередач высоковольтные?

#### Часть 1. Элементарное введение.

1.1 Мощность электрического тока рассчитывается по формуле

$$P = \frac{U_0^2}{R}, \quad (1)$$

Откуда следует, что сопротивление лампочки равно

$$R = \frac{U_0^2}{P} = 484 \text{ Ом}, \quad (2)$$

**1.2** Так как напряжения на обеих лампочках номинальное, то они работают в номинальном режиме, поэтому суммарная мощность просто равна сумме мощностей:

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 = 160 \text{ Вт}. \quad (3)$$

**1.3** При последовательном соединении лампочек сила тока через них одинакова, поэтому суммарную мощность удобнее представить в виде

$$P_{\Sigma} = I^2 R_1 + I^2 R_2 = I^2 (R_1 + R_2). \quad (4)$$

Сопротивления лампочек выразим через их номинальные мощности с помощью формулы (2):

$$P_{\Sigma} = I^2 (R_1 + R_2) = I^2 \left( \frac{U_0^2}{P_1} + \frac{U_0^2}{P_2} \right) = I^2 U_0^2 \left( \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right). \quad (5)$$

Учитывая, что произведение силы тока на напряжение источника равно суммарной мощности в цепи  $IU_0 = P_{\Sigma}$ , получим красивое выражение для мощностей

$$\frac{1}{P_{\Sigma}} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}, \quad (6)$$

Из которого находим суммарную мощность

$$P_{\Sigma} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} = 37,5 \text{ Вт}. \quad (7)$$

## **Часть 2. Линия электропередачи.**

**2.1** Напряжение на нагрузке в данном случае определяется по формуле

$$U = IR = \frac{U_0}{R + r} R. \quad (8)$$

**2.2** Так как полезная нагрузка и провода соединены последовательно, то сила через все элементы цепи одинакова. Поэтому коэффициент потерь может быть найден по формуле

$$\eta_{\text{пот.}} = \frac{P_{\text{пот.}}}{P} = \frac{I^2 r}{I^2 (R + r)} = \frac{r}{R + r} \quad (9)$$

**2.3** Рассчитаем сопротивление подводящих проводов (не забудьте, что их два):

$$r = \rho \frac{8L}{\pi d^2} = 216 \text{ Ом}. \quad (10)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

И сопротивление нагрузки

$$R = \frac{U_0^2}{P} = 48,4 \text{ Ом}. \quad (11)$$

Напряжение на нагрузке рассчитывается по формуле (8)

$$U = \frac{U_0}{R + r} R = 40 \text{ В.} \quad (12)$$

А коэффициент потерь по формуле (9)

$$\eta_{\text{пот.}} = \frac{r}{R + r} = 0,82 = 82\% \quad (13)$$

Таким образом, оказывается, что при передаче электроэнергии всего на 5 км напряжение падает более, чем в 5 раз и при этом более 80% энергии теряется в проводах!

Часть 3. Линия с преобразованием напряжения.

3.1 Для расчета параметров цепи введем обозначения сил токов и напряжений, показанные на рисунке. Расчет удобнее начинать от потребителя. Пусть напряжение на нагрузке равно  $U_2$ . Сила тока через нагрузку определяется законом Ома

$$I_2 = \frac{U_2}{R}. \quad (14)$$

Тогда, мощность, потребляемая полезной нагрузкой, равна

$$P = \frac{U_2^2}{R} \quad (15)$$

Напряжение на входе второго понижающего преобразователя равно

$$U'_1 = kU_2, \quad (16)$$

Сила тока в линии электропередачи находится из условия постоянства мощности

$$U_2 I_2 = U'_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_2^2}{R \cdot kU_2} = \frac{U_2}{kR}. \quad (17)$$

Напряжение на выходе первого повышающего преобразователя можно найти из выражения:

$$U_1 = I_1 r + U'_1 = \frac{U_2}{kR} r + kU_2 = kU_2 \left( 1 + \frac{r}{k^2 R} \right) \quad (18)$$

С другой стороны, это же напряжения можно выразить через напряжение источника

$$U_1 = kU_0. \quad (19)$$

Из двух последних выражений следует

$$kU_2 \left( 1 + \frac{r}{k^2 R} \right) = kU_0 \Rightarrow U_2 = \frac{U_0}{1 + \frac{r}{k^2 R}} = U_0 \frac{R}{R + \frac{r}{k^2}}. \quad (20)$$

Теперь можно записать и формулу для силы тока через нагрузку

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{U_0}{R + \frac{r}{k^2}}. \quad (21)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

3.2 Из полученных формул для напряжения и силы тока (20)-(21) следует, что повышение напряжения в линии передачи в  $k$  раз формально равносильно понижению сопротивления линии в  $k^2$  раз.

3.3 Для расчета коэффициента потерь можно воспользоваться формулой (13) с соответствующим изменением сопротивления проводов:

$$\eta'_{\text{пот.}} = \frac{r}{k^2 R + r} = 4,5 \cdot 10^{-6} \quad (22)$$

Таким образом, при повышении напряжения в 1000 раз потери энергии уменьшаются почти в 200 тысяч раз!!!

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

