

Условие

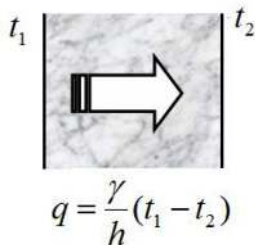
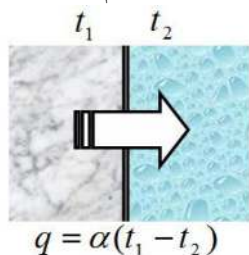
Задание 10-1. Теплоотдача.

В данном задании рассматриваются процессы установления теплового равновесия в различных системах. Для решения задачи Вам понадобятся следующие (почти очевидные) теоретические сведения.

1. Если два тела приведены в тепловой контакт, то количество теплоты, перетекающее через единицу площади соприкосновения (поток теплоты) в единицу времени пропорционально разности температур тел

$$q = \alpha(t_1 - t_2), \quad (1)$$

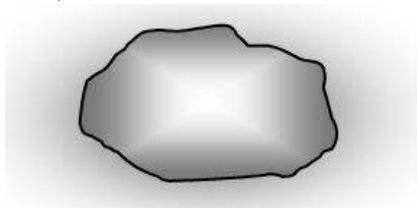
коэффициент α называется коэффициентом теплоотдачи и является характеристикой соприкасающихся тел.



2. Поток теплоты в единицу времени через слой вещества толщиной h пропорционален разности температур границ слоя и обратно пропорционален толщине слоя h :

$$q = \frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2). \quad (2)$$

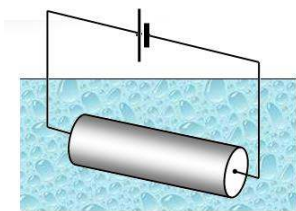
Коэффициент γ называется коэффициентом теплопроводности и является характеристикой вещества.



Во всех задачах данного раздела рассматривается стационарный режим, когда распределение температур не зависит от времени.

Задача 1.1. Радиоактивный метеорит.

Оказалось, что сплошной однородный метеорит состоит из радиоактивного материала. Вследствие радиоактивного распада внутри метеорита постоянно выделяется теплота. Теплопроводность метеорита очень велика. Метеорит помещают в жидкость, температура которой поддерживается постоянной. Оказалось, что установившаяся температура метеорита превышает температуру окружающей жидкости на величину $(\Delta t)_0$.



1.1.1 Чему будет равна разность температур метеорита и окружающей жидкости $(\Delta t)_1$, если все линейные размеры метеорита увеличить в n раз?

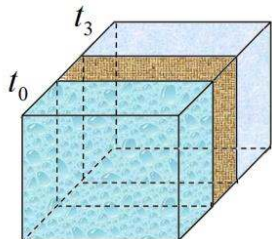
Задача 1.2. Цилиндрический нагреватель.

В качестве нагревателя электронагревателя служит однородный цилиндр, подключенный торцами к токоподводящим контактам, электрическим сопротивлением которых можно пренебречь. Теплопроводность нагревателя очень велика. Нагреватель подключен к источнику постоянного напряжения. В кипящей воде (при нормальном атмосферном давлении) температура нагревателя равна $t_0 = 120^\circ\text{C}$. Все линейные размеры цилиндра увеличивают на 25%.

1.2.1 Чему будет равна температура такого увеличенного цилиндра в кипящей воде, при его подключении к тому же источнику напряжения?

Задача 1.3. Теплоизоляция.

Для изучения теплоизоляционных свойств материала, из него изготовили плоскую пластину, которую поместили в сосуд в качестве перегородки, разделив сосуд на две части. Сосуд заполняют водой. Причём с одной стороны от пластины температуру воды поддерживают постоянной и равной $t_0 = 100^\circ\text{C}$. С другой стороны пластины - вода, находящаяся при постоянной температуре $t_3 = 10,0^\circ\text{C}$. После установления теплового равновесия проводят измерения температур поверхностей пластины, которые обозначим: t_1 - температура стороны пластины, обращенной к горячей воде; t_2 - температуру стороны, контактирующей с холодной водой. По результатам измерений оказалось, что $t_2 = 15,0^\circ\text{C}$.



1.3.1 Чему равна температура другой стороны пластины t_1 ? 1.3.2 Чему будут равны температуры обеих сторон пластины, если толщину пластины увеличить в 2 раза? Температуры воды с разных сторон от пластины остались неизменными.

При решении данной задачи допускается проведение промежуточных численных расчетов.

Решение

Задание 10-1. Теплоотдача.

Задача 1.1. Радиоактивный метеорит.

1.1.1 Так как теплопроводность метеорита велика, то можно считать, что во всех его точках температура одинакова. Обозначим V_0 - объем метеорита, S_0 - площадь его поверхности. Условие теплового равновесия метеорита (когда мощность теплоты, выделяющейся в объеме метеорита, равна мощности теплоты, уходящей с его поверхности) имеет вид:

$$qV_0 = \alpha S_0(\Delta t)_0. \quad (1)$$

Здесь q - мощность теплоты, выделяющейся в единице объема, α - коэффициент теплоотдачи. При увеличении линейных размеров в n раз площадь его поверхности возрастает в n^2 раз, а объем в n^3 раз. Для большего метеорита уравнение теплового баланса записывается в виде:

$$qn^3V_0 = \alpha n^2S_0(\Delta t)_1. \quad (2)$$

Из этого условия следует, что разность температур пропорциональна n , поэтому разность температур увеличится в n раз

$$(\Delta t)_1 = n(\Delta t)_0 \quad (3)$$

Задача 1.2. Цилиндрический нагреватель.

1.2.1 При протекании электрического тока в цилиндре выделяется теплота (количество которой определяется законом Джоуля – Ленца). В состоянии теплового равновесия такое же количество теплоты перетекает через поверхность нагревателя в окружающую воду. Уравнение теплового баланса в установившемся режиме будет иметь вид:

$$\frac{U_0^2}{\rho \frac{l_0}{s_0}} = \alpha S_0(\Delta t)_0. \quad (1)$$

Здесь l_0 - длина цилиндра, s_0 - площадь поперечного сечения цилиндра; S_0 - площадь внешней поверхности цилиндра. Если все размеры нагревателя увеличить в η раз, то разность температур цилиндра и воды будет удовлетворять соотношению:

$$\frac{U_0^2}{\rho \frac{\eta l_0}{\eta^2 s_0}} = \alpha \eta^2 S_0(\Delta t)_1. \quad (2)$$

Из этих уравнений следует, что

$$(\Delta t)_1 = \frac{(\Delta t)_0}{\eta} = \frac{20^\circ C}{1,25} = 16^\circ C. \quad (3)$$

При расчете учтено, что температура кипящей воды равна $100^\circ C$. Таким образом, температура увеличенного цилиндра равна $t_1 = 116^\circ C$.

Теоретический тур. Вариант 2. 10 класс. Решения задач. Бланк для жюри. 2

Задача 1.3. Теплоизоляция.

1.3.1 Условие теплового равновесия в данном случае формулируются следующим образом: поток теплоты от горячей воды к одной стороне пластины (назовем ее первой стороной – горячей) равен потоку теплоты через пластину и равен потоку от второй (холодной) стороны пластины к холодной воде. Так как с разных сторон от стенок трубы находится вода, то коэффициенты теплоотдачи на обеих поверхностях пластины одинаковы. Поэтому условие теплового равновесия выражается следующим образом

$$\alpha(t_0 - t_1) = \frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3). \quad (1)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$(t_0 - t_1) = (t_2 - t_3). \quad (2)$$

Откуда находим

$$t_1 = t_0 - (t_2 - t_3) = 95^\circ C. \quad (3)$$

1.3.2 Подставим выражение (3) в уравнение теплового баланса:

$$\frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3) \Rightarrow (t_2 - t_3) = \frac{\gamma}{\alpha h}(t_0 - (t_2 - t_3) - t_2) = \frac{\gamma}{\alpha h}((t_0 + t_3) - 2t_2). \quad (4)$$

Из этого уравнения находим температуру холодной стороны пластины:

$$t_2 = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{\alpha h}}. \quad (5)$$

Аналогичное соотношение можно записать для второй пластины, толщина которой в два раза больше:

$$t_{2x} = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{2\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{2\alpha h}}. \quad (6)$$

Для расчета численного значения этой температуры сначала из выражения (4) найдем:

$$\frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3) \Rightarrow \frac{\gamma}{\alpha h} = \frac{t_2 - t_3}{t_1 - t_2} = \frac{5}{80} = 0,0625$$

Тогда

$$t_{2x} = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{2\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{2\alpha h}} \approx 18^\circ C. \quad (7)$$

Теоретический тур. Вариант 2. 10 класс. Решения задач. Бланк для жюри. 3