

Условие

Задание 9-1. Сыпучие вещества

Оборудование: Фасоль в пластиковом стаканчике (200мл, крупная фракция), манка в пластиковом стаканчике (200мл, мелкая фракция), мензурка (100мл), мензурка (250мл), пустые пластиковые стаканчики (300мл, 2шт), воронка (горлышко пластиковой бутылки).

В данной задаче Вам предстоит исследовать как зависит объём смеси двух сыпучих веществ от объёмов этих веществ, при условии, что линейный размер частиц одного вещества значительно меньше линейного размера частиц другого вещества.

Теоретическое введение

Обозначим: V_1 – объём частиц манки (без учёта объёма воздушных полостей), V_2 – объём частиц фасоли (так же без учёта объёма воздушных полостей), $V_{1н}$ – насыпной объём манки (с учётом объёма воздушных полостей), $V_{2н}$ – насыпной объём фасоли (так же с учётом объёма воздушных полостей), $V_{см}$ – насыпной объём смеси двух веществ.

Запишем уравнение зависимости объёма смеси $V_{см}$ от объёма мелкой фракции $V_{1н}$ при фиксированном значении объёма крупной фракции $V_{2н}$.

Пусть $\frac{V_2}{V_{2н}} = \varphi_2$ (1) – часть объёма крупной фракции, которую занимают только сами частицы, $\varphi_1 = (1 - \varphi_2)$ (2) – часть объёма крупной фракции, которую занимают полости между частицами. Тогда:

$$V_{см} = V_{2н}, \text{ при } V_{1н} \leq V_{2н}\varphi_1, \quad (3)$$

$$V_{см} = V_{2н} + V_{1н} - V_{2н}(1 - \varphi_2), \text{ при } V_{1н} \geq V_{2н}\varphi_1. \quad (4)$$

Уравнение (4) можно записать в упрощённом виде:

$$V_{см} = V_{1н} + V_{2н}\varphi_2, \text{ при } V_{1н} \geq V_{2н}\varphi_1. \quad (5)$$

Запишем уравнение зависимости объёма смеси $V_{см}$ от объёма крупной фракции $V_{2н}$ при фиксированном значении объёма мелкой фракции $V_{1н}$.

$$V_{см} = V_{1н} + V_2, \text{ при } V_{1н} \geq V_{2н}\varphi_1 \quad (6)$$

или

$$V_{см} = V_{1н} + V_{2н}\varphi_2, \text{ при } V_{1н} \geq V_{2н}\varphi_1 \quad (7)$$

и

$$V_{см} = V_{2н}, \text{ при } V_{1н} \leq V_{2н}\varphi_1. \quad (8)$$

Как видим, уравнение (7) в точности есть уравнение (5), а уравнение (8) – в точности уравнение (3). То есть уравнения (3) и (5) как бы меняются местами.

Часть 1. С постоянным объёмом крупной фракции

1.1 Постройте теоретический график зависимости по уравнениям (3) и (5) объёма смеси $V_{см}$ от объёма мелкой фракции $V_{1н}$ при фиксированном значении объёма крупной фракции $V_{2н}$ в относительном масштабе. За единицу объёма возьмите объём крупной фракции $V_{2н}$. Для данного пункта возьмите $\varphi_2 = 0,6$ а $\varphi_1 = 0,4$. (Подсказка: необходимо построить график зависимости $\frac{V_{см}}{V_{2н}} \left(\frac{V_{1н}}{V_{2н}} \right)$). Отметьте и подпишите на осях координат характерные величины (координаты точек излома графика, пересечения графика с осями координат, и т. п.).

1.2 Исследуйте экспериментально зависимости (3) и (5). Сначала крупную фракцию объёмом 100мл насыпьте в большую мензурку. Мелкую фракцию отмеряйте маленькой мензуркой и засыпайте в большую мензурку. Конечный объём смеси должен быть не меньше 150мл. Прежде чем определять объём смеси, легонько встряхивайте мензурку, чтобы частицы мелкой фракции проникли между частицами крупной. Не нужно сильно трясти мензурку. В этом случае частицы мелкой фракции будут оседать на дне мензурки. После эксперимента отделите фасоль от манки. В части 2 Вам понадобится фасоли больше чем 100мл.

1.3 Постройте график зависимости $\frac{V_{см}}{V_{2н}} \left(\frac{V_{1н}}{V_{2н}} \right)$ по результатам, полученным в п.1.2. Отметьте и подпишите на осях координат характерные величины.

1.4 Определите по результатам эксперимента величины $\langle \varphi_1 \rangle$ и $\langle \varphi_2 \rangle$.

1.5 Вычислите погрешности величин φ_1 и φ_2 . Окончательный результат запишите в виде: $\varphi_1 = \langle \varphi_1 \rangle \pm \Delta \varphi_1$, $\varphi_2 = \langle \varphi_2 \rangle \pm \Delta \varphi_2$.

Часть 2. С постоянным объёмом мелкой фракции

2.1 Постройте теоретический график зависимости по уравнениям (7) и (8) объёма смеси $V_{см}$ от объёма крупной фракции $V_{2н}$ при фиксированном значении объёма мелкой фракции $V_{1н}$ в относительном масштабе. За единицу объёма возьмите объём мелкой фракции $V_{1н}$. Для данного пункта возьмите $\varphi_2 = 0,6$ а $\varphi_1 = 0,4$. (Подсказка: необходимо построить график зависимости $\frac{V_{см}}{V_{1н}} \left(\frac{V_{2н}}{V_{1н}} \right)$). Отметьте и подпишите на осях координат характерные величины.

2.2 Исследуйте экспериментально зависимости (7) и (8). Сначала мелкую фракцию объёмом 50мл насыпьте в большую мензурку. Крупную фракцию отмеряйте маленькой мензуркой и засыпайте в большую мензурку. Конечный объём смеси должен быть не меньше 200мл. Прежде чем определять объём смеси, мензурку несколько раз встряхните, чтобы фракции хорошо перемешались. После эксперимента смесь пересыпьте в пустой стакан.

2.3 Постройте график зависимости $\frac{V_{см}}{V_{1н}} \left(\frac{V_{2н}}{V_{1н}} \right)$ по результатам, полученным в п.2.2. Отметьте и подпишите на осях координат характерные величины.

2.4 Для величин, отмеченных на экспериментальном графике в п.2.3 укажите физический смысл, вычислите их значения. Погрешности вычислять не нужно. **2.5** Чем и почему отличаются графики построенные в п. 2.1 и п. 2.3

Решение

Задание 9-1. Сыпучие Вещества.

Решение

Часть 1.

1.1 В соотношениях (3) и (5) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на $V_{2н}$, получим:

$$\frac{V_{см}}{V_{2н}} = 1, \quad \text{при} \quad \frac{V_{1н}}{V_{2н}} \leq \varphi_1 \quad (9)$$

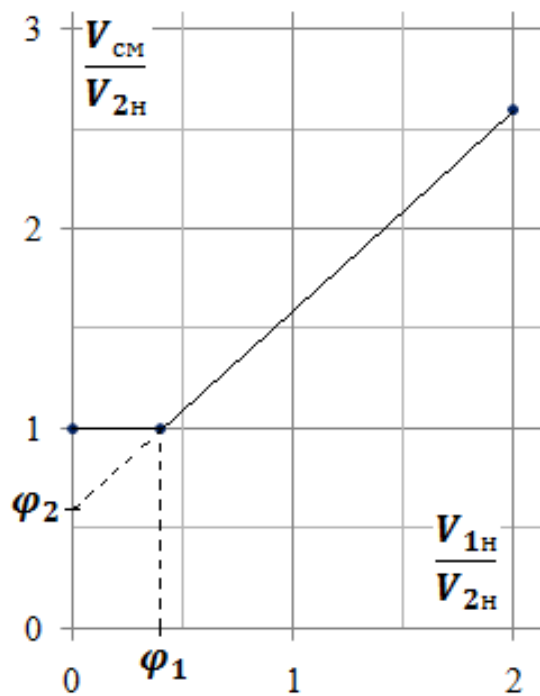
$$\frac{V_{см}}{V_{2н}} = \frac{V_{1н}}{V_{2н}} + \varphi_2, \quad \text{при} \quad \frac{V_{1н}}{V_{2н}} \geq \varphi_1. \quad (10)$$

Так как в соотношениях (9) и (10) уравнения линейные, то достаточно вычислить координаты трёх точек (таблица 1).

Таблица 1

$\frac{V_{1н}}{V_{2н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{2н}}$
0	1,0
0,4	1,0
2,0	2,6

График 1. Теоретическая зависимость $\frac{V_{\text{см}}}{V_{2\text{н}}} \left(\frac{V_{1\text{н}}}{V_{2\text{н}}} \right)$



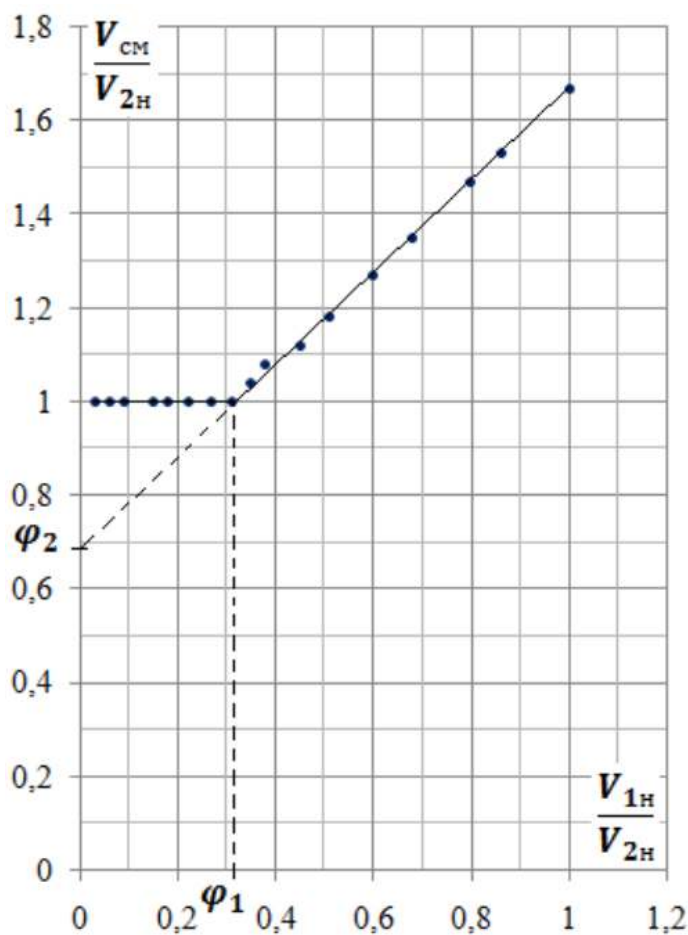
2023-2024 учебный год

1.2 и 1.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 2 и на графике 2.

Таблица 2

$V_{1\text{н}}, \text{ мл}$	$V_{\text{см}}, \text{ мл}$	$\frac{V_{1\text{н}}}{V_{2\text{н}}}$	$\frac{V_{\text{см}}}{V_{2\text{н}}}$
3	100	0,03	1,00
6	100	0,06	1,00
9	100	0,09	1,00
15	100	0,15	1,00
18	100	0,18	1,00
22	100	0,22	1,00
27	100	0,27	1,00
31	100	0,31	1,00
35	104	0,35	1,04
38	108	0,38	1,08
45	112	0,45	1,12
51	118	0,51	1,18
60	127	0,60	1,27
68	135	0,68	1,35
80	147	0,80	1,47
86	153	0,86	1,53
100	167	1,00	1,67

**График 2. Экспериментальная зависимость $\frac{V_{\text{см}}}{V_{2\text{н}}} \left(\frac{V_{1\text{н}}}{V_{2\text{н}}} \right)$ **



$$V_1 = (100 \pm 1) \text{ мл.}$$

Результаты получены при значении $V_{2H} = (100 \pm 1) \text{ мл.}$

1.4 Из графика 2 находим $\langle \varphi_1 \rangle = 0,31$. Следовательно $\langle \varphi_2 \rangle = 1 - \langle \varphi_1 \rangle = 1 - 0,31 = 0,69$

1.5 Применяя метод подсчёта значащих цифр (можно применять простую графическую обработку или метод наименьших квадратов) получим:

$$\Delta \varphi_1 = 0,01; \quad \varepsilon_{\varphi_1} = \frac{\Delta \varphi_1}{\langle \varphi_1 \rangle} = \frac{0,01}{0,31} = 0,032 = 3,2\%.$$

$$\Delta \varphi_2 = \Delta \varphi_1 = 0,01; \quad \varepsilon_{\varphi_2} = \frac{\Delta \varphi_2}{\langle \varphi_2 \rangle} = \frac{0,01}{0,69} = 0,014 = 1,4\%.$$

$$\varphi_1 = 0,31 \pm 0,01; \quad \varphi_2 = 0,69 \pm 0,01.$$

2023-2024 учебный год

Часть 2.

2.1 В соотношениях (7) и (8) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на V_{1H} , получим:

$$\frac{V_{CM}}{V_{1H}} = 1 + \varphi_2 \frac{V_{2H}}{V_{1H}}, \quad \text{при} \quad \frac{V_{2H}}{V_{1H}} \leq \frac{1}{\varphi_1} \quad (11)$$

и

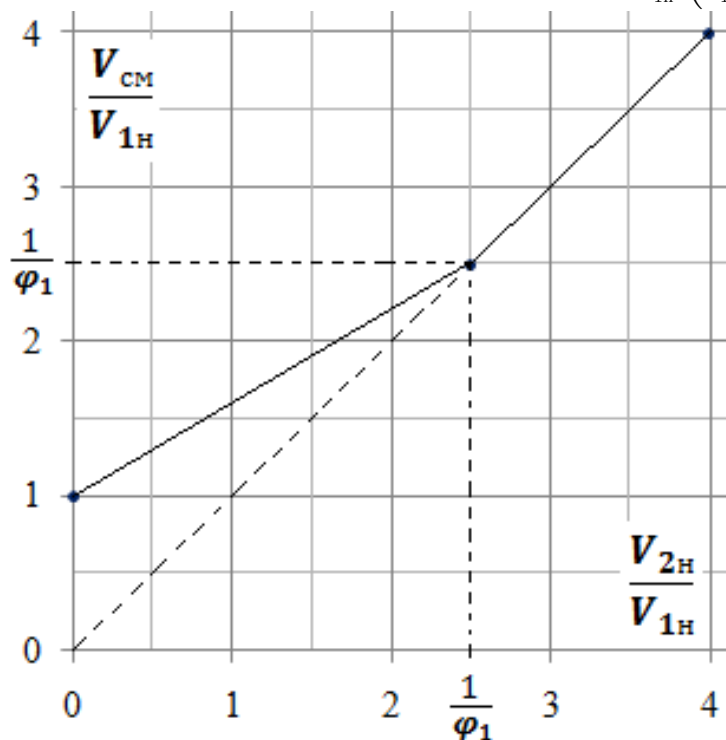
$$\frac{V_{\text{см}}}{V_{1\text{н}}} = \frac{V_{2\text{н}}}{V_{1\text{н}}}, \quad \text{при} \quad \frac{V_{2\text{н}}}{V_{1\text{н}}} \geq \frac{1}{\varphi_1}. \quad (12)$$

Для построения графика составим таблицу значений. Здесь как и в п.1.1 так же достаточно определить координаты трёх точек (таблица 3).

Таблица 3

$\frac{V_{2\text{н}}}{V_{1\text{н}}}$	$\frac{V_{\text{см}}}{V_{1\text{н}}}$
0	1,0
2,5	2,5
4,0	4,0

График 3. Теоретическая зависимость $\frac{V_{\text{см}}}{V_{1\text{н}}} \left(\frac{V_{2\text{н}}}{V_{1\text{н}}} \right)$



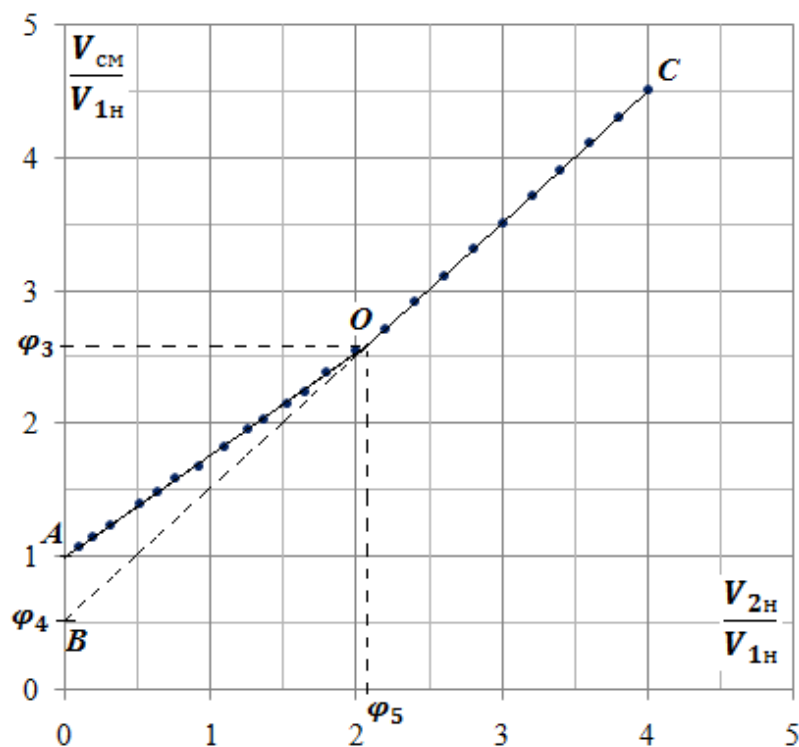
2023-2024 учебный год

2.2 и 2.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 4 и на графике 4.

Таблица 4

V_{2H} , МЛ	V_{CM} , МЛ	$\frac{V_{2H}}{V_{1H}}$	$\frac{V_{CM}}{V_{1H}}$
5	54	0,1	1,08
10	58	0,20	1,16
16	62	0,32	1,24
26	70	0,52	1,40
32	75	0,64	1,50
38	80	0,76	1,60
46	84	0,92	1,68
55	92	1,10	1,84
63	98	1,26	1,96
68	102	1,36	2,04
76	108	1,52	2,16
82	112	1,64	2,24
90	120	1,80	2,40
100	128	2,00	2,56
110	136	2,20	2,72
120	146	2,40	2,92
130	156	2,60	3,12
140	166	2,80	3,32
150	176	3,00	3,52
160	186	3,20	3,72
170	196	3,40	3,92
180	206	3,60	4,12
190	216	3,80	4,32
200	226	4,00	4,52

**График 4. Экспериментальная зависимость $\frac{V_{CM}}{V_{1H}} \left(\frac{V_{2H}}{V_{1H}} \right)$ **



Результаты получены при значении $V_{1н} = (50 \pm 1)$ мл.

2.4 φ_3 – наибольший объём смеси, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией, φ_4 – часть объёма мелкой фракции, которая не распределяется в полостях между частицами крупной фракции, φ_5 – наибольший объём крупной фракции, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией.

2023-2024 учебный год

Используя ПГО находим: $\varphi_3 = 2,6$; $\varphi_4 = 0,5$; $\varphi_5 = 2,1$.

2.5 Как видим график 4 отличается от графика 3 тем, что участок СО не экстраполируется в начало координат, кроме того координаты точки О перелома графика $\varphi_3 \neq \varphi_5$. Это объясняется тем, что мелкая фракция не может полностью распределиться в полостях между частицами крупной фракции, даже если объём полостей превышает объём мелкой фракции. Частицы крупной фракции достаточно гладкие и частицы мелкой фракции не могут за них «зацепиться». Поэтому некоторая часть мелкой фракции будет скапливаться на дне или сбоку мензурки (в зависимости от того как располагать мензурку при встряхивании).

2023-2024 учебный год