

Решение

Задание 10-2. Трение и вращение

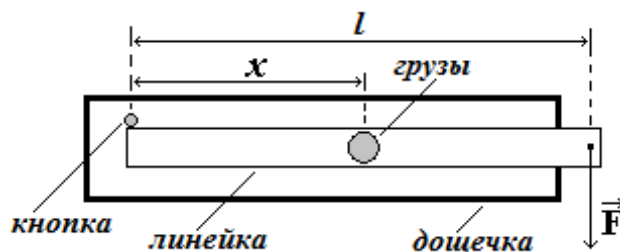
Оборудование: Динамометры (2,5Н, 5,0Н, 10,0Н), дощечка (размеры 10х45см), грузы (10шт. по 100г. без крючков), линейка деревянная (40см), кнопка канцелярская (1шт), четыре кусочка пластилина (для крепления дощечки к столешнице), петелька из нити (для зацепа линейки динамометром), скотч тонкий, ножницы.

Часть 1

Закрепите дощечку на столешнице с помощью кусочков пластилина. Положите на дощечку линейку, как показано на рисунке 1. В дощечке закрепите кнопку. О неё должен опираться один край линейки. На линейку поместите грузы в столбик (10шт), если столбик не устойчив, скрепите его скотчем. В данной части задачи Вам предстоит исследовать зависимость силы F , прилагаемой к одному из краёв линейки с помощью динамометра, необходимой для сдвига линейки, от расстояния x между грузами на линейке и точкой опоры (рис.1).

1.1. Получите зависимость $F(x)$ теоретически.

1.2. Проверьте полученную Вами зависимость экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы и графически. 1.3. Используя результаты эксперимента, вычислите коэффициент трения μ_1 линейки о доску. Рассчитайте погрешности. $g = (9,81 \pm 0,01) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

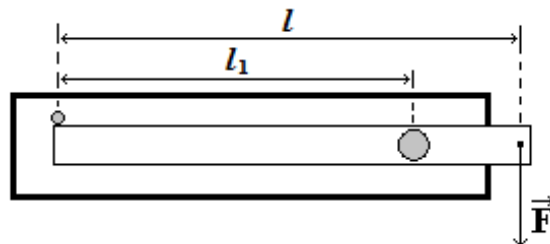


Часть 2

В данной части задачи Вам предстоит исследовать зависимость силы F , необходимой для сдвига линейки, прилагаемой к одному из её краёв, от массы грузов m . Грузы размещайте от точки опоры на расстоянии $l_1 = 0,8l$ (рис. 2).

2.1. Получите зависимость $F(m)$ теоретически. 2.2.

Проверьте полученную Вами зависимость экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы и графически. В целях экономии времени в таблицу сразу записывайте среднее значение силы. 2.3 Используя результаты эксперимента, вычислите коэффициент трения μ_2 линейки о доску. Рассчитайте погрешности.



Часть 3

В данной части задачи Вам предстоит исследовать зависимость силы F , необходимой для сдвига линейки, прилагаемой к одному из её краёв, от расстояния x между точкой опоры и

линией действия силы (рис.3). На линейку поместите грузы в столбик (10шт), если столбик не устойчив, скрепите его скотчем.

3.1 Получите зависимость $F(x)$ теоретически. 3.2

Проверьте полученную Вами зависимость экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы и графически. В таблицу сразу записывайте среднее значение силы. 3.3 Используя результаты эксперимента, вычислите коэффициент трения μ_3 линейки о доску. Рассчитайте погрешности. 3.4 Сравните значения μ_1 , μ_2 и μ_3 полученные в п.1.3, п.2.3 и п.3.3. Можно ли их считать одинаковыми, почему? Укажите возможную причину отличий их средних значений.

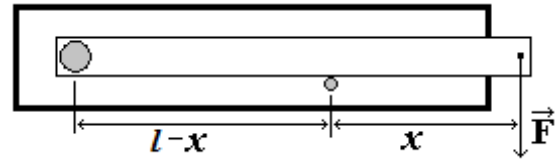


Рисунок 3.

Задание 10-2. Трение и вращение

***Решение

Часть 1***

1.1 При сдвиге линейки на неё действуют момент силы $F l$, прилагаемой со стороны динамометра и моменты сил трения. Правило моментов запишется следующим образом:

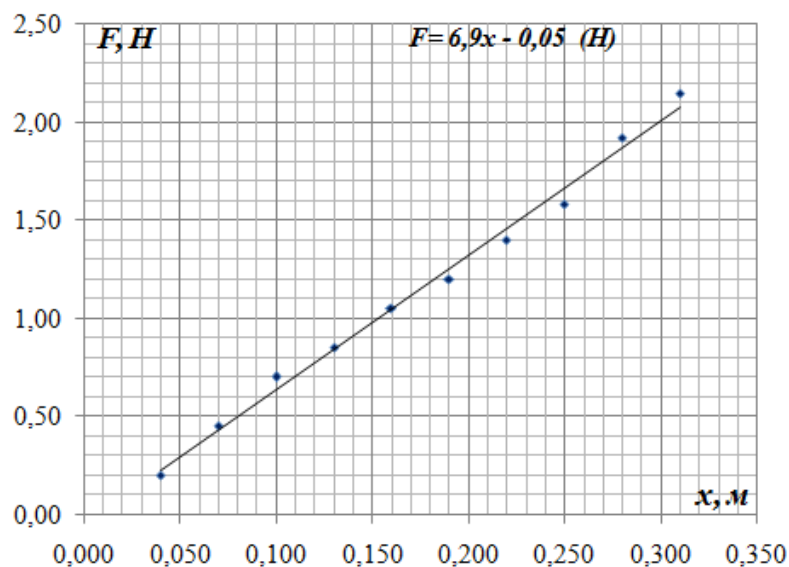
$$F l = \mu m g x + M, \quad (1)$$

где $\mu m g x$ - момент силы трения обусловленной весом грузов (считаем, что плечо данной силы равно x), M - суммарный момент сил трения некоторым образом распределённых по поверхности линейки, обусловленных в том числе и весом линейки. Из (1) получим:

$$F = \frac{\mu m g}{l} x + \frac{M}{l}. \quad (2)$$

1.2 $l = (40,2 \pm 0,1)\text{см}$, $m = (1,00 \pm 0,01)\text{кг}$.

Таблица 1. Экспериментальные данные зависимости $F(x)$.



Показания динамометра				
Повторные измерения F_i , Н			$\langle F \rangle$, Н	x , м
1	2	3		
0,20	0,20	0,20	0,20	0,040
0,45	0,45	0,45	0,45	0,070
0,70	0,65	0,75	0,70	0,100
0,90	0,80	0,85	0,85	0,130
1,00	1,10	1,05	1,05	0,160
1,15	1,25	1,20	1,20	0,190
1,45	1,40	1,35	1,40	0,220
1,60	1,55	1,60	1,58	0,250
1,95	1,90	1,90	1,92	0,280
2,10	2,20	2,15	2,15	0,310
		сред	1,15	0,175
		дисп	0,354	0,007
		ковар	0,051	
		N	b_1	a_1
		10	-0,05	6,9
			Δb_1	Δa_1
			0,08	0,5

График 1. Зависимость $F(x)$

Построив график зависимости $F(x)$ видим, что данная зависимость близка к прямо пропорциональной. Используя МНК определим угловой коэффициент

наклона усредняющей прямой и свободное слагаемое данной зависимости, вычислим абсолютные погрешности данных величин (табл. 1). Угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$a_1 = (6,9 \pm 0,5) \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Свободное слагаемое

$$b_1 = (-0,05 \pm 0,08)\text{Н}.$$

1.3 Угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$\frac{\mu_1 mg}{l} = a_1. \quad (3)$$

Из (3) получим:

$$\langle \mu_1 \rangle = \frac{\langle a_1 \rangle \langle l \rangle}{\langle m \rangle \langle g \rangle} = \frac{6,9 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 0,402 \text{м}}{1,00 \text{кг} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,28. \quad (4)$$

Относительная погрешность μ_1

$$\varepsilon_{\mu_1} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{\langle a_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2}. \quad (5)$$

Погрешностью величин l и g можем пренебречь, получим:

$$\varepsilon_{\mu_1} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{\langle a_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}{6,9 \frac{\text{Н}}{\text{м}}}\right)^2 + \left(\frac{0,01 \text{кг}}{1,00 \text{кг}}\right)^2} = 0,073 = 7,3\%, \quad (6)$$

$$\Delta \mu_1 = \langle \mu_1 \rangle \cdot \varepsilon_{\mu_1} = 0,28 \cdot 0,073 = 0,02, \quad (7)$$

$$\mu_1 = 0,28 \pm 0,02.$$

Отметим, что абсолютная погрешность свободного слагаемого превышает его среднее значение. Это значит, что начало координат по вертикальной оси попадает в интервал абсолютной погрешности свободного слагаемого. Это подтверждает прямо пропорциональную зависимость $F(x)$. Следовательно, вторым слагаемым в уравнении (2) можно пренебречь и записать его в виде:

$$F = \frac{\mu mg}{l} x \quad (8)$$

Это значит можно полагать, что сила трения, действующая на линейку приложена под грузами.

Часть 2

2.1 В данном случае правило моментов сил запишется следующим образом:

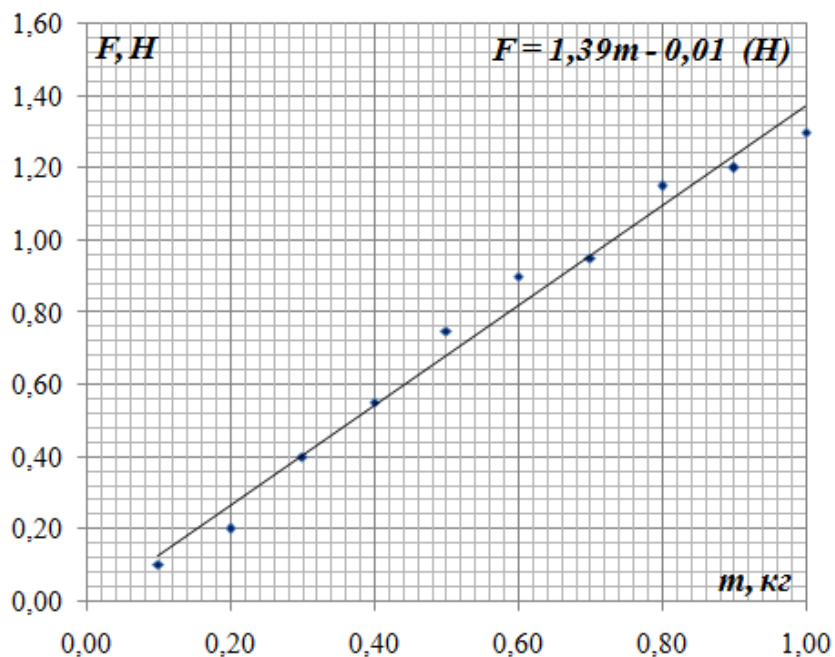
$$Fl = \mu mgl_1 + M, \quad (9)$$

откуда

$$F = \frac{\mu gl_1}{l}m + \frac{M}{l}. \quad (10)$$

2.2 $l = (40,2 \pm 0,1)\text{см}$, $l_1 = (32,0 \pm 0,1)\text{см}$.

Таблица 2. Экспериментальные данные зависимости $F(m)$.



	Масса грузов m , кг	$\langle F \rangle$, Н
	0,100	0,10
	0,200	0,20
	0,300	0,40
	0,400	0,55
	0,500	0,75
	0,600	0,90
	0,700	0,95
	0,800	1,15
	0,900	1,20
	1,000	1,30
сред	0,550	0,75
дисп	0,083	0,162
ковар		0,115
N	a_2	b_2
10	1,39	-0,01
	Δa_2	Δb_2
	0,13	0,08

Построив график зависимости $F(m)$ видим, что данная зависимость так же близка к прямо пропорциональной. Используя МНК определим угловой коэффициент наклона усредняющей прямой и свободное слагаемое данной зависимости, вычислим абсолютные погрешности данных величин (табл. 2). Угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$a_2 = (1,39 \pm 0,13) \frac{\text{Н}}{\text{кг}}.$$

Свободное слагаемое

$$b_2 = (-0,01 \pm 0,08) \text{Н}.$$

2.3 Угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$\frac{\mu_2 g l_1}{l} = a_2. \quad (11)$$

Из (11) получим:

$$\langle \mu_2 \rangle = \frac{\langle a_2 \rangle \langle l \rangle}{\langle l_1 \rangle \langle g \rangle} = \frac{1,39 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,402 \text{ м}}{0,320 \text{ м} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,18. \quad (12)$$

Относительная погрешность μ_2

$$\varepsilon_{\mu_2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_1}{\langle l_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2}. \quad (13)$$

Погрешностью величин l , l_1 и g можем пренебречь, получим:

$$\varepsilon_{\mu_2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle}\right)^2} = \frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle} = \frac{0,13 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{1,39 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} = 0,094 = 9,4\%, \quad (14)$$

$$\Delta \mu_2 = \langle \mu_2 \rangle \cdot \varepsilon_{\mu_2} = 0,18 \cdot 0,094 = 0,02, \quad (15)$$

$$\mu_2 = 0,18 \pm 0,02.$$

Также отметим, что абсолютная погрешность свободного слагаемого превышает его среднее значение. Это значит, что начало координат по вертикальной оси попадает в интервал абсолютной погрешности свободного слагаемого. Это подтверждает прямо пропорциональную зависимость $F(m)$. Следовательно, вторым слагаемым в уравнении (2) можно пренебречь и записать его в виде:

$$F = \frac{\mu g l_1}{l} m. \quad (16)$$

Это значит, что в данном случае тоже можно считать, что сила трения, действующая на линейку приложена под грузами.

Часть 3

3.1 Правило моментов сил запишется следующим образом:

$$Fx = \mu mg(l - x) + M. \quad (17)$$

После преобразований получим:

$$F = (\mu mgl + M)\frac{1}{x} - \mu mg. \quad (18)$$

3.2 $l = (39 \pm 1)\text{см}, \quad m = (1,00 \pm 0,01)\text{кг}.$

Таблица 3. Зависимость $F(x)$

$x, \text{ м}$	$1/x, 1/\text{м}$	$\langle F \rangle, \text{ Н}$
0,35	2,9	0,35
0,32	3,1	0,60
0,29	3,4	0,85
0,26	3,8	1,20
0,23	4,3	1,70
0,20	5,0	2,30
0,17	5,9	3,70
0,14	7,1	4,80
0,11	9,1	6,30
0,08	13	9,20
сред	5,72	3,10
дисп	8,54	7,58
ковар		8,02
N	a_3	b_3
10	0,94	-2,3
	Δa_3	Δb_3
	0,05	0,4

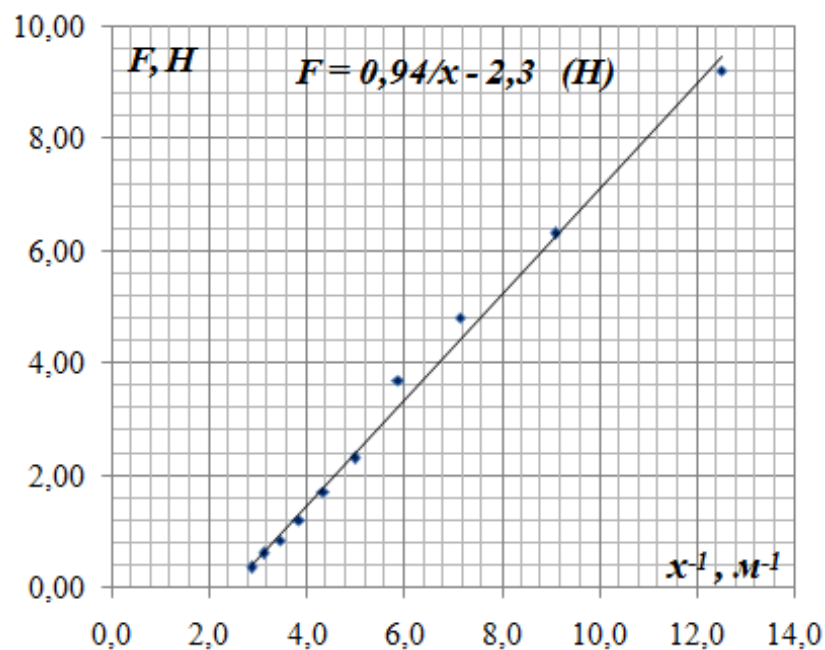


График 3. Зависимость $F\left(\frac{1}{x}\right)$

Построив график зависимости $F(x)$ видим, что данная зависимость линейная. Используя МНК определим угловой коэффициент наклона усредняющей прямой и свободное слагаемое данной зависимости, вычислим абсолютные погрешности данных величин (табл. 2). Угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$a_3 = (0,94 \pm 0,05) \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Свободное слагаемое

$$b_3 = (-2,3 \pm 0,4) \text{Н}.$$

3.3 В данном случае коэффициент трения находим через свободное слагаемое b_3 .

$$\mu_3 mg = |b_3|, \quad (19)$$

откуда

$$\langle \mu_3 \rangle = \frac{|\langle b_3 \rangle|}{\langle m \rangle \langle g \rangle} = \frac{2,3 \text{Н}}{1,00 \text{кг} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,23. \quad (20)$$

Относительная погрешность μ_3

$$\varepsilon_{\mu_3} = \sqrt{\left(\frac{\Delta b_3}{\langle b_3 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2}. \quad (21)$$

Погрешностью величины g можем пренебречь, получим:

$$\varepsilon_{\mu_3} = \sqrt{\left(\frac{\Delta b_3}{\langle b_3 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,4 \text{ Н}}{2,3 \text{ Н}}\right)^2 + \left(\frac{0,01 \text{ кг}}{1,00 \text{ кг}}\right)^2} = 0,17 = 17\%, \quad (22)$$

$$\Delta\mu_3 = \langle\mu_3\rangle \cdot \varepsilon_{\mu_3} = 0,23 \cdot 0,17 = 0,04, \quad (23)$$

$$\mu_3 = 0,23 \pm 0,04.$$

Отметим, что абсолютная погрешность свободного слагаемого не превышает его среднее значение. Это значит, что начало координат по вертикальной оси не попадает в интервал абсолютной погрешности свободного слагаемого. Это подтверждает линейную зависимость $F\left(\frac{1}{x}\right)$, а следовательно и справедливость уравнения (18). В данном случае эксперимент подтверждает теоретическую модель.

3.4

$$\mu_1 = 0,28 \pm 0,02$$

$$\mu_2 = 0,18 \pm 0,02$$

$$\mu_3 = 0,23 \pm 0,04$$

Анализируя результаты видим, что средние значения μ_1 , μ_2 и μ_3 не попадают в области перекрытия интервалов их абсолютных погрешностей, значит эти величины различны. Отличие в значениях μ_1 , μ_2 и μ_3 погрешностью измерений объяснить нельзя. Одной из причин может быть то, что в разных областях поверхности линейки коэффициент трения имеет разные значения.