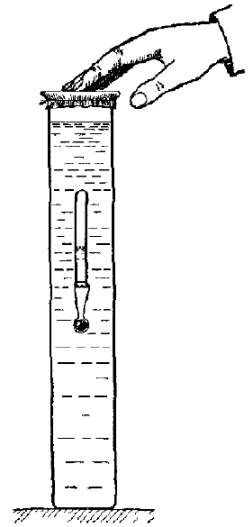


Решение



Задание 11-1. «Разминка»

1. **«Посмотри и объясни»** На Рис. 1 изображена известная физическая демонстрация. Проанализируйте Рис. 1, кратко опишите суть демонстрации и принцип действия изображенного устройства. Как называется данное устройство? Действие каких физических законов он демонстрирует?

2. **«Гравитационный маятник»** Однородный гладкий тонкий достаточно длинный стержень массой M и длиной L находится в невесомости в далеком космосе (Рис. 2). На стержень надета небольшая бусинка, масса m которой гораздо меньше массы M стержня ($m \ll M$). Найдите период T малых колебаний бусинки вблизи центра стержня. Гравитационная постоянная G .

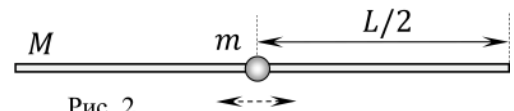


Рис. 2

3. **«Термодинамический лабиринт»** С идеальным одноатомным газом реализован незамкнутый термодинамический процесс ($A \rightarrow B$), график которого изображен на $p - V$ диаграмме (Рис. 3) в безразмерных координатах ($V/V_0; p/p_0$). Найдите работу A , совершенную газом в течение данного процесса. Изменится ли ответ задачи, если газ будет не одноатомным? Не идеальным? Масштабные множители p_0 и V_0 считать известными. Количество вещества (идеального газа) в течение данного процесса было постоянно ($\nu = \text{const}$).

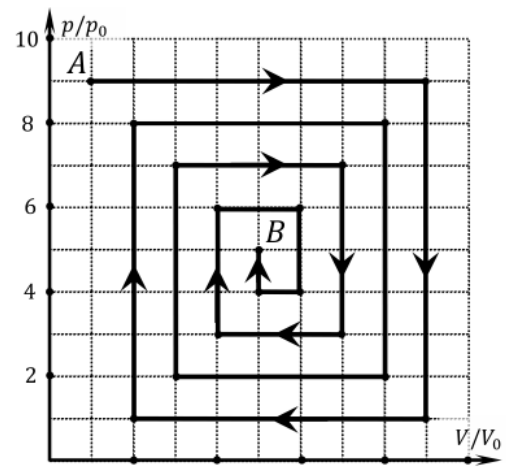


Рис. 3

Решение:

Задание 11-1. «Разминка»

1. «Посмотри и объясни» На Рис. 1 изображена демонстрация работы *картезианского водолаза*. Он представляет собой плавающую в достаточно высоком сосуде пипетку (перевернутую пробирку) с небольшим грузом на нижнем конце. В пипетку (пробирку) частично заходит вода, при этом в пипетке остается «запертым» большой пузырь (столбик) воздуха.

Сосуд закрыт резиновой пленкой (упругой мембраной), на которую надавливает демонстратор.

При надавливании на пленку (мембрану) давление воздуха в сосуде увеличивается. По закону *Паскаля* это увеличение давления передается по всем направлениям в жидкости и «попадает» внутрь пробирки, где заперт столбик воздуха. При этом объем запертого в пипетке столбика воздуха уменьшается (*закон Бойля-Мариотта*).

По закону *Архимеда* при уменьшении объема воздуха (объема вытесненной воды) уменьшается и выталкивающая сила, действующая на пипетку.

Таким образом, в результате нажатия на мембрану пипетка начинает тонуть. Этот момент демонстрации и изображен на Рис. 1.

После отпускания мембраны, все процессы происходят в «обратном» порядке и картезианский водолаз благополучно всплывает.

Следовательно, данная демонстрация основана на действии законов *Паскаля*, *Архимеда* и *Бойля-Мариотта* и подтверждает их справедливость.

Перейдем к формулировкам отмеченных законов. В учебнике «Физика-7» на стр. 109 читаем закон Паскаля: *давление, производимое внешней силой на жидкость (газ), находящуюся в сосуде, передается жидкостью (газом) во все точки жидкости (газа) без изменения*.

В учебнике «Физика-9» на стр. 140 читаем закон Архимеда: *на тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (газа), вытесненной телом*.

В учебнике «Физика-10» на стр. 36 читаем закон Бойля-Мариотта: *давление данной массы газа при постоянных молярной массе и температуре обратно пропорционально его объему*.*

2. «Гравитационный маятник» Поскольку, согласно условию, масса стержня M гораздо больше массы бусинки m ($m \ll M$), то можно считать, что стержень практически неподвижен, а по нему движется бусинка.

В положении равновесия бусинка займет такое положение, при котором гравитационная сила, действующая на нее со стороны стержня, будет равна нулю. В силу симметрии ясно, что это положение будет соответствовать середине стержня, поскольку при этом справа и слева от бусинки будут находиться одинаковые массы и длины (половинки стержня).

Пусть в некоторый момент бусинка оказалась отклонена от положения равновесия на малое расстояние x (Рис. 2).

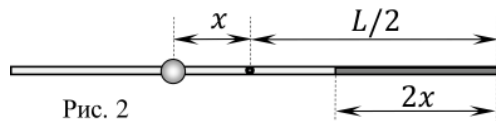


Рис. 2

Мысленно разобьем стержень на две части: «белую» и «черную», имеющие различные длины (см. Рис. 2). Пусть черная часть (у левого конца стержня) имеет длину $2x$ (на Рис. 2 сильно увеличено), тогда бусинка будет находиться по центру белой части длиной $(L - 2x)$.

Опять же в силу симметрии, равнодействующая гравитационных сил, действующих на бусинку со стороны «белой» части стержня, равна нулю (она посередине!).

Следовательно, возвращает бусинку назад (к положению равновесия) только сила гравитационного притяжения со стороны черного кусочка малой длиной $2x$. Масса этого «черного» кусочка стержня

$$M^* = \lambda(2x) \quad (1)$$

где $\lambda = \frac{M}{L}$ — линейная плотность стержня.

Считая черный кусочек стержня материальной точкой (стержень достаточно длинный) на краю стержня найдем силу притяжения по закону гравитации Ньютона для малого смещения x

$$F(x) = -G \frac{mM^*}{\left(\frac{L}{2} + x\right)^2} \approx -G \frac{mM^*}{(L/2)^2} \quad (2)$$

Тогда второй закон Ньютона (уравнение гармонических колебаний) для движения бусинки примет вид

$$ma = m\ddot{x}(t) = F(x) = -\left(G \frac{8mM}{L^3}\right) x \quad (3)$$

Переписывая (3) в стандартном виде для гармонических колебаний, получим

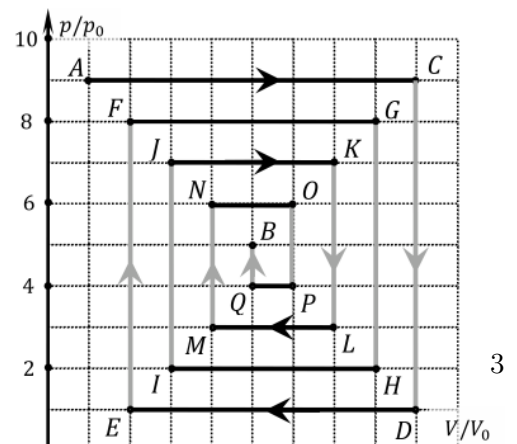
$$\ddot{x}(t) + \left(G \frac{8M}{L^3}\right) x(t) = 0 \quad (4)$$

Выражение (4) описывает гармонические колебания $\left(\omega = \sqrt{\frac{8GM}{L^3}}\right)$ с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{8GM}} = \pi \sqrt{\frac{L^3}{2GM}} = \pi L \sqrt{\frac{L}{2GM}} \quad (5)$$

3. «Термодинамический лабиринт» Данный процесс представляет собой совокупность изобар ($p = \text{const}$) и изохор ($V = \text{const}$), образующих «лабиринт».

Поскольку при изохорном процессе газ работы не совершает ($\Delta V = 0$), то для решения задачи достаточно рассмотреть только изобарные (горизонтальные) участки лабиринта, выделенные на рисунке.



Напомним, что при расширении газа (участки AC , FG , JK , NO) его работа положительна ($\Delta V > 0$), а при сжатии (DE , HI , LM , PQ) — отрицательна ($\Delta V < 0$).

Следовательно, в данном случае для полной работы газа получим равенство

$$A = p_0 V_0 ((9 \cdot 8 - 7 \cdot 1) + (8 \cdot 6 - 2 \cdot 5) + (7 \cdot 4 - 3 \cdot 3) + (6 \cdot 2 - 4 \cdot 1)) = 130 p_0 V_0 \quad (1)$$

Поскольку при решении мы нигде не использовали формулу для внутренней энергии идеального одноатомного газа ($U = \frac{3}{2} \nu RT$), то ответ (1) не изменится и в случае многоатомного газа.

Если газ будет реальным (не идеальным), то его работа ($A = \oint p(V) dV$) все равно будет равна площади фигуры на $p - V$ диаграмме, следовательно, ответ (1) также не изменится.

Таким образом, словосочетание «идеальный одноатомный» можно спокойно «убрать» из условия для данной задачи.