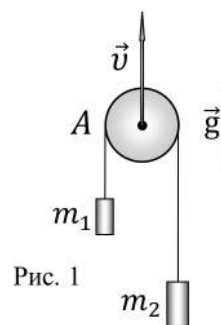


Решение

Задание 9-3. «Подвижный блок»

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем:* ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь.

1. Грузы массами m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), связанные лёгкой нерастяжимой нитью, находятся на гладком блоке A , ось которого поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью v (Рис. 1). В начальный момент времени ($t = 0$) грузы отпускают. Найдите ускорения грузов, соответственно, $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ относительно блока. Найдите ускорения грузов соответственно, $\vec{a}_3$ и $\vec{a}_4$ относительно земли. Ускорение свободного падения g . 2. В определенный момент времени t_1 один из грузов будет неподвижен относительно земли. О каком грузе (m_1 или m_2) идет речь? Ответ обоснуйте. Чему равно t_1 ? 3. На какую максимальную высоту $h_{\max}$ относительно начального положения поднимется этот груз в процессе движения? 4. Найдите скорость v_1 второго груза в момент времени t_1 . 5. Вычислите по полученным формулам численные значения t_1 и $h_{\max}$, если $m_1 = 100 \text{ г}$, $m_2 = 200 \text{ г}$, $v = 5,53 \text{ м/с}$.

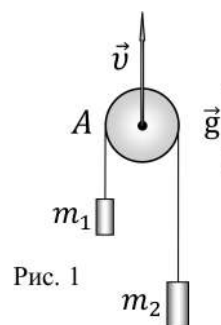


Решение:

Задание 9-3. «Подвижный блок»

1. Поскольку блок движется равномерно и прямолинейно, то система отсчета, связанная с ним, является инерциальной (ИСО). Ускорения грузов во всех инерциальных системах отсчета будут одинаковы, т.к. они определяются действующими на грузы силами и не зависят от скорости движения ИСО.

Следовательно, ускорения каждого из грузов будут одинаковы как относительно земли, так и относительно блока ($\vec{a}_1 = \vec{a}_3$, $\vec{a}_2 = \vec{a}_4$). Т. к. разницы нет, то будем искать ускорения грузов $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ в традиционной системе отсчета «относительно земли». Иными словами, можно считать, что блок «покоится».



Поскольку груз m_2 тяжелее груза m_1 ($m_2 > m_1$), то он будет опускаться относительно блока, а груз m_1 – подниматься относительно блока. Следовательно, ускорение $\vec{a}_1$ будет направлено вверх, а ускорение $\vec{a}_2$ – вниз.

Заметим, что нить легкая т.е. её силы натяжения с обеих сторон блока будут одинаковы ($T_1 = T_2 = T$), а поскольку она нерастяжимая, то и модули ускорений грузов относительно земли также будут одинаковыми, т.е. $a_1 = a_2 = a$.

Запишем второй закон Ньютона для движения каждого из грузов с учетом всех вышеизложенных замечаний

$$m_1 a = T - m_1 g \quad , \quad (1)$$

$$m_2 a = m_2 g - T \quad . \quad (2)$$

Из (1) – (2) получим выражения для модулей ускорений грузов и модуля силы натяжения нити, связывающей их

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \quad , \quad (3)$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \quad . \quad (4)$$

Таким образом, после освобождения ускорения грузов относительно блока и относительно земли будут следующие:

$$\text{груз } m_1 \quad a_1 = a_3 = a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \quad , \text{ направлено вверх} \quad (5)$$

$$\text{груз } m_2 \quad a_2 = a_4 = a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \quad , \text{ направлено вниз.} \quad (6)$$

2. Поскольку грузы двигались вместе с блоком, то в начальный момент времени (сразу после освобождения) их скорости относительно блока будут равны нулю, а относительно земли будут равны скорости блока v и направлены вверх.

Как следует из решения п.1 задачи, с течением времени скорость груза m_1 относительно земли будет возрастать по модулю (ускорение вверх), тогда как у груза m_2 она будет уменьшаться по модулю (ускорение вниз).

Следовательно, стать неподвижным относительно земли в некоторый момент времени может только груз m_2 . В этот момент его скорость движения вниз относительно блока станет равной по модулю скорости блока v , направленной вверх, т.е. по закону сложения скоростей относительно земли он «на секунточку» остановится. Далее груз m_2 будет уже двигаться вниз относительно земли.

Для нахождения t_1 запишем уравнение

$$0 = v - at_1 \quad \implies \quad t_1 = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g} = \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \frac{v}{g} \quad . \quad (7)$$

3. Из решения п.2 задачи следует, что максимальная высота груза m_2 будет достигаться в момент времени t_1 (верхняя точка траектории) и будет равна

$$h_{max} = vt_1 - \frac{at_1^2}{2} = \frac{v^2}{2a} = \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \frac{v^2}{2g} \quad . \quad (8)$$

4. Поскольку в момент времени t_1 груз m_2 покоится относительно земли, то его скорость вниз по блоку равна скорости v блока. Нить нерастяжима, т.е. скорость груза m_1 в данный момент вверх по блоку также равна скорости v блока. Это значит, что мгновенная скорость второго груза относительно земли

$$v_1 = v + v = 2v. \quad (9)$$

5. Расчеты по полученным формулам дают:

$$t_1 = \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \frac{v}{g} = \frac{200 + 100}{200 - 100} \cdot \frac{5,53}{9,81} \text{ (с)} = \{1,691131498\}^2 = 1,69 \text{ с} \quad . \quad (10)$$

$$h_{\max} = \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \frac{v^2}{2g} = \frac{200 + 100}{200 - 100} \cdot \frac{5,53^2}{9,81} = \{9,351957187\} = 9,35 \text{ м} \quad . \quad (11)$$

По правилам округления в окончательном ответе три значащие цифры.

—

² — здесь и далее: в фигурных скобках представлены (без указания размерности) показания инженерного калькулятора (например, CASIO fx-991EX (CLASSWIZ)) при правильном расчёте.