

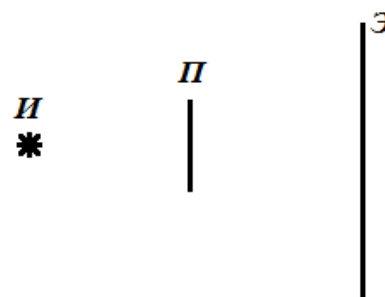
Решение

Задание 9-2. Тени

Оборудование: Лампочка на подставке, батарейка квадратная (4,5В), соединительные провода («крокодилы», 2шт), линейка деревянная (15 – 20см, это предмет для отбрасывания тени), держатель оптических элементов (это подставка-держатель под линейку), листочки бумаги для подклинивания линейки, экран с осями координат, мерная лента.

Часть 1. Профильный стандарт

1.1 На рисунке 1 показан вид сверху расположения источника света (И), предмета для отбрасывания тени (П) и экрана (Э). Дополните рисунок: покажите ход лучей от источника и область тени создаваемую предметом на экране. Обозначьте так же на рисунке: D_1 – ширина тени, d – ширина предмета, x_1 – расстояние между предметом и экраном, l – расстояние между источником и предметом.



1.2 Получите уравнение зависимости ширины тени на экране от расстояния между предметом и экраном $D_1(x_1)$. Расстояние l между источником и предметом остаётся постоянным.

Соберите экспериментальную установку по рисунку 1. Лампочку к батарейке подсоедините с помощью проводов «крокодилы». Расстояние между лампочкой и предметом (линейкой) установите $l = 15,0$ см.

1.3 Исследуйте зависимость $D_1(x_1)$ экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы.

1.4 Постройте график зависимости $D_1(x_1)$

1.5. По результатам исследования зависимости $D_1(x_1)$ определите ширину d предмета (линейки) двумя способами. Какой из способов более точный? Почему?

Часть 2. Олимпийский стандарт

2.1 Сделайте новый рисунок по рисунку 1. Покажите ход лучей от источника и область тени создаваемую предметом на экране. Обозначьте так же на рисунке: D_2 – ширина тени, d – ширина предмета, x_2 – расстояние между предметом и экраном, L – расстояние между источником и экраном.

2.2 Получите уравнение зависимости ширины тени на экране от расстояния между предметом и экраном $D_2(x_2)$. Расстояние L между источником и экраном остаётся постоянным.

2.3 Соберите экспериментальную установку. Расстояние между лампочкой и экраном установите $L = 60,0$ см. Исследуйте зависимость $D_2(x_2)$ экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы. **2.4** Постройте график зависимости $D_2(x_2)$ в линеаризованном виде. **2.5.** По результатам исследования зависимости $D_2(x_2)$ определите ширину d предмета (линейки) двумя способами. Какой из способов более точный? Почему?

Задание 9-2. Тени

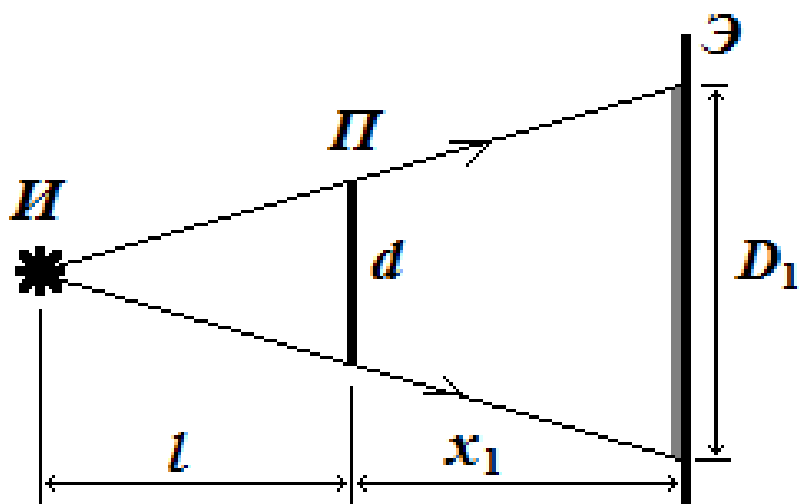
Решение

Часть 1. Профильный стандарт

1.1

Рисунок 2

1.2



Из подобия треугольников, образованных лучами, предметом и экраном, получим:

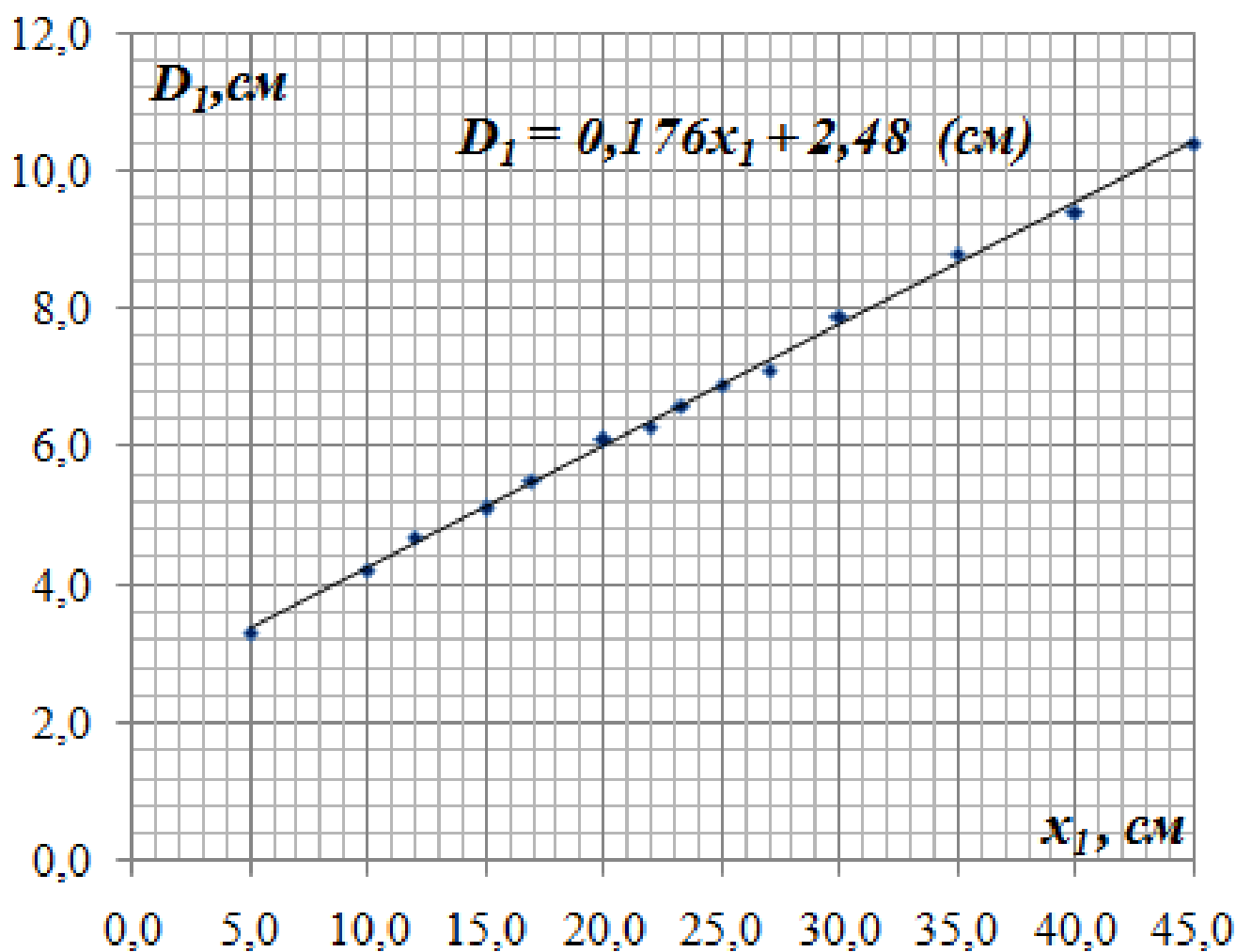
$$\frac{D_1}{d} = \frac{l + x_1}{l}, \quad (1)$$

откуда

$$D_1 = d + \frac{d}{l}x_1. \quad (2)$$

1.3 **Таблица 1. Зависимость $D_1(x_1)$ **

	x_1 , см	D_1 , см
	5,0	3,3
	10,0	4,2
	12,0	4,7
	15,0	5,1
	17,0	5,5
	20,0	6,1
	22,0	6,3
	25,0	6,9
	27,0	7,1
	30,0	7,9
	35,0	8,8
	40,0	9,4
	45,0	10,4
сред	23,3	6,59
дисп	131	4,09
ковар		23,2
N	$\langle a \rangle$	$\langle b \rangle$, см
13	0,176	2,48
	Δa	Δb , см
	0,005	0,12
коррел	0,999	



1.4 **График 1. Зависимость $D_1(x_1)$ 1.5. Используя МНК, определим средние значения углового коэффициента наклона усредняющей прямой и свободного слагаемого в уравнении (2) (табл. 1). Первый способ.** В уравнении (2) ширина предмета d является свободным слагаемым, следовательно:

$$\langle d \rangle = \langle b \rangle = 2,48 \text{ см}, \quad (3)$$

$$\Delta d = \Delta b = 0,12 \text{ см}, \quad (5)$$

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} = \frac{0,12 \text{ см}}{2,48 \text{ см}} = 0,048 = 4,8\%, \quad (6)$$

$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,48 \pm 0,12) \text{ см}.$$

Второй способ. В уравнении (2) ширина предмета d входит в выражение для углового коэффициента усредняющей прямой:

$$\frac{d}{l} = a, \quad (7)$$

следовательно:

$$\langle d \rangle = \langle l \rangle \cdot \langle a \rangle = 15,0 \text{ см} \cdot 0,176 = 2,64 \text{ см}. \quad (8)$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \text{ см}}{15,0 \text{ см}}\right)^2 + \left(\frac{0,005}{0,176}\right)^2} = 0,044 = 4,4\%, \quad (9)$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,044 \cdot 2,64 \text{ см} = 0,12 \text{ см}. \quad (10)$$

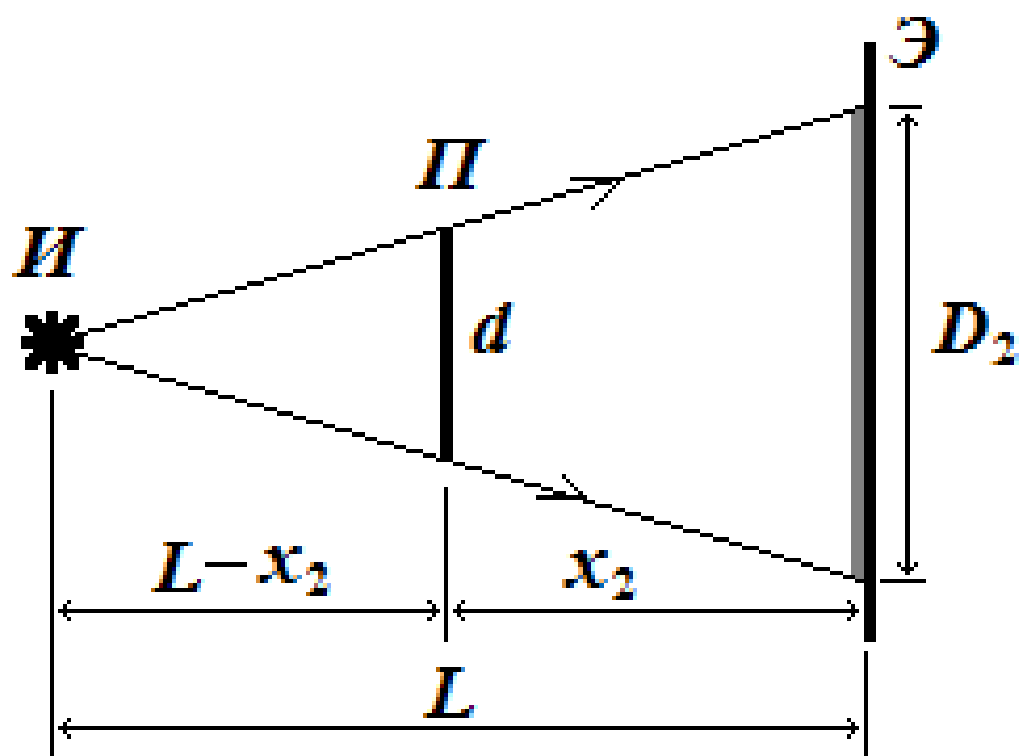
$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,64 \pm 0,12) \text{ см}.$$

Для определения более точного способа измерим мерной лентой ширину линейки: $d = (2,5 \pm 0,1) \text{ см}$. Так как оба способа имеют примерно одинаковую относительную погрешность, но среднее значение ширины линейки определённое первым способом более близко к среднему значению полученному при измерении мерной лентой, то более точный способ первый.

Абсолютная погрешность расстояния между источником света и предметом Δl взята 0,5 см так как учитывалась абсолютная погрешность установки линейки и лампочки (по 1 мм), а так же то, что лампочка не является точечной, что вносит в абсолютную погрешность слагаемое равное половине диаметра лампочки (3 мм).

Часть 2. Олимпийский стандарт

2.1 Рисунок 3



Из подобия треугольников, образованных лучами, предметом и экраном, получим:

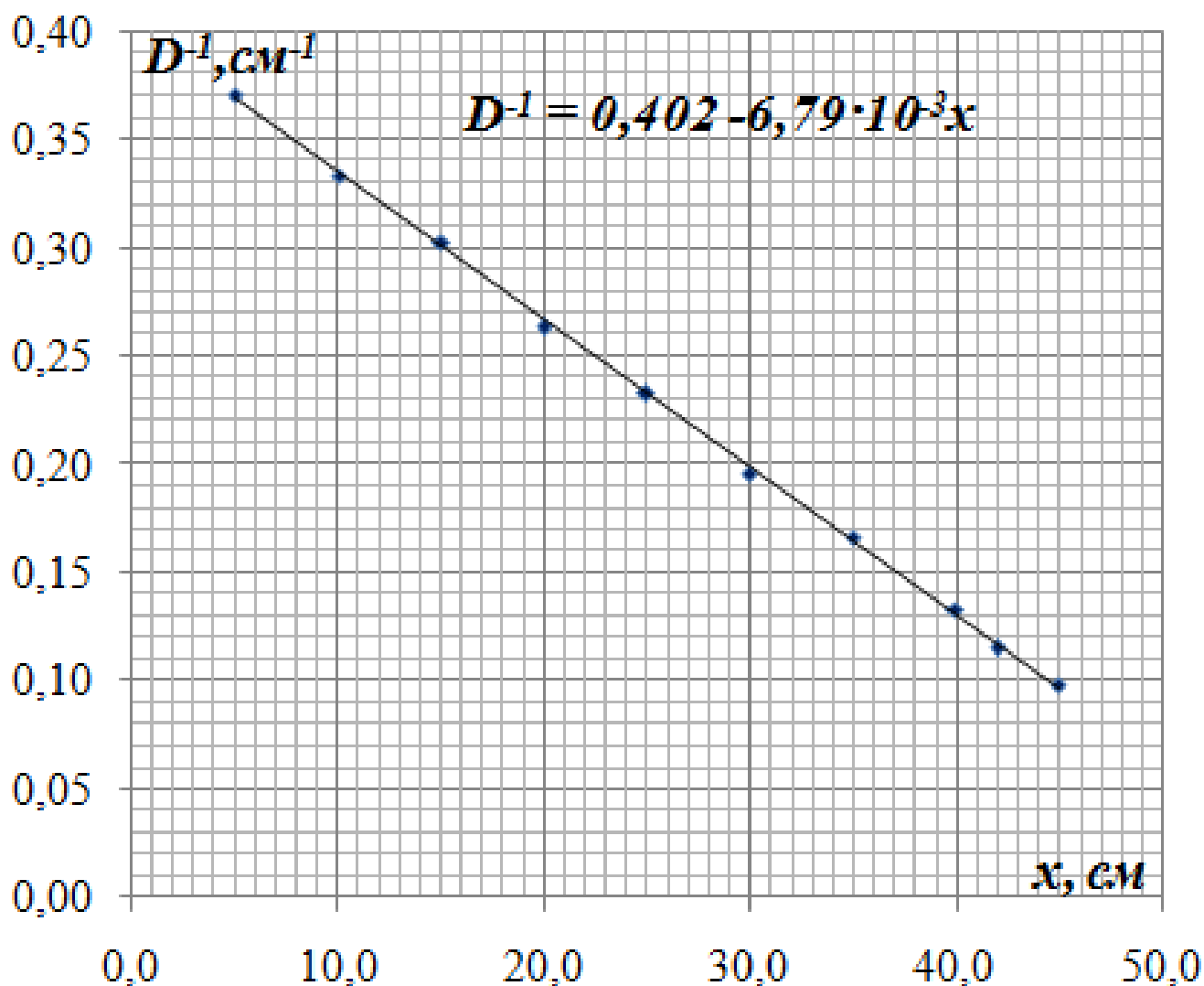
$$\frac{D_2}{d} = \frac{L}{L - x_2}, \quad (11)$$

откуда

$$D_2 = \frac{Ld}{L - x_2}. \quad (12)$$

2.3 **Таблица 2. Зависимость $D_2(x_2)$ **

D, см	x, см	1/D, 1/см
2,7	5,0	0,37
3,0	10,0	0,33
3,3	15,0	0,30
3,8	20,0	0,26
4,3	25,0	0,23
5,1	30,0	0,20
6,0	35,0	0,17
7,5	40,0	0,13
8,7	42,0	0,11
10,2	45,0	0,10
сред	26,7	0,22
дисп	176	0,0081
ковар		-1,20
N	$\langle a \rangle, \text{ см}^{-2}$	$\langle b \rangle, \text{ см}^{-1}$
10	-0,00679	0,402
	$\Delta a, \text{ см}^{-2}$	$\Delta b, \text{ см}^{-1}$
	0,00012	0,003
коррел	-1,000	



2.4

Линеаризируем уравнение (12), представив его в виде:

$$\frac{1}{D_2} = \frac{1}{d} - \frac{1}{Ld}x_2. \quad (13)$$

Вычислим значения $\frac{1}{D_2}$ (таблица 2). График представлен выше.

2.5. Используя МНК, определим средние значения углового коэффициента наклона усредняющей прямой и свободного слагаемого в уравнении (13) (табл. 2).

Первый способ. В уравнении (13) ширина предмета d является обратной величиной свободного слагаемого, следовательно:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{\langle b \rangle} = \frac{1}{0,402} = 2,49 \text{cm}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_b = \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} = \frac{0,003\text{см}^{-1}}{0,402\text{см}^{-1}} = 0,0075 = 0,75\%, \quad (15)$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,0075 \cdot 2,49\text{см} = 0,02\text{см}, \quad (16)$$

$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,49 \pm 0,02)\text{см}.$$

Второй способ. В уравнении (2) ширина предмета d входит в выражение для углового коэффициента усредняющей прямой:

$$\frac{1}{Ld} = a, \quad (17)$$

следовательно:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{\langle L \rangle \cdot \langle a \rangle} = \frac{1}{60,0\text{см} \cdot 6,79 \cdot 10^{-3}\text{см}^{-2}} = 2,45\text{см}. \quad (18)$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{\langle L \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5\text{см}}{60,0\text{см}}\right)^2 + \left(\frac{0,00012\text{см}^{-2}}{0,00679\text{см}^{-2}}\right)^2} = 0,020 = 2,0\%, \quad (19)$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,020 \cdot 2,45\text{см} = 0,05\text{см}. \quad (10)$$

$$d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,45 \pm 0,05)\text{см}.$$

Так как первый способ имеют меньшую относительную погрешность и среднее значение ширины линейки определённое первым способом более близко к среднему значению полученному при измерении мерной лентой, то более точный способ первый.

Абсолютная погрешность расстояния между лампочкой и экраном ΔL определялась аналогично Δl .